



Relativitetsteori (i)

Einstein roder rundt med rum og tid

Mogens Dam
Niels Bohr Institutet

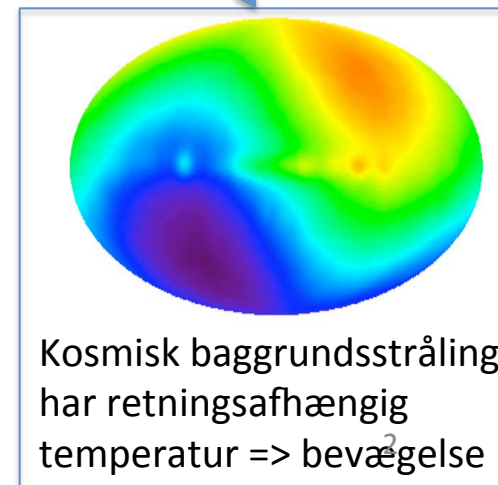
Hvor hurtigt bevæger du dig netop nu??

- 0 m/s i forhold til din stol
- 400 m/s i forhold til Jordens centrum (rotation)
- 30.000 m/s i forhold til Solen (banebevægelse)
- 220.000 m/s i forhold til Mælkevejens centrum
- 630.000 m/s i forhold til den kosmiske baggrundsstråling



I forhold til hvad??

- Dette er hoved-essensen i relativitetsteorien:
 - kun **relative** hastigheder har betydning
 - der findes **intet absolut referencesystem**
 - meningsløst at hævde, man er i (absolut) hvile



Det Newtonske relativitetsprincip

Mekanikkens love gælder på samme form i ethvert inertialsystem

Newtons 1. lov: Et legeme, som ikke påvirkes af nogen kraft, bevæger sig med konstant hastighed

$$\vec{F} = \vec{0} \Rightarrow \vec{u} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \text{konstant}, \quad (1.1)$$

hvor \vec{r} er legemets stedvektor.

Newtons 2. lov: Et legemes acceleration, $\vec{a} = d\vec{u}/dt$, er proportional med kraften, \vec{F} , der virker på legemet,

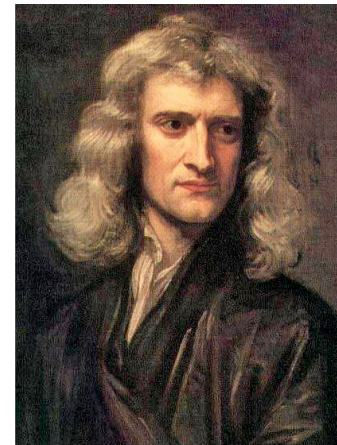
$$\vec{F} = m \frac{d\vec{u}}{dt}, \quad (1.2)$$

hvor proportionalitetskonstanten m er legemets inertielle masse.

Newtons 3. lov: Hvis et legeme A påvirker et legeme B med en kraft \vec{F}_{AB} , så vil B påvirke A med kraften \vec{F}_{BA} , som er modsatrettet og af samme styrke:

$$\vec{F}_{BA} = -\vec{F}_{AB}. \quad (1.3)$$

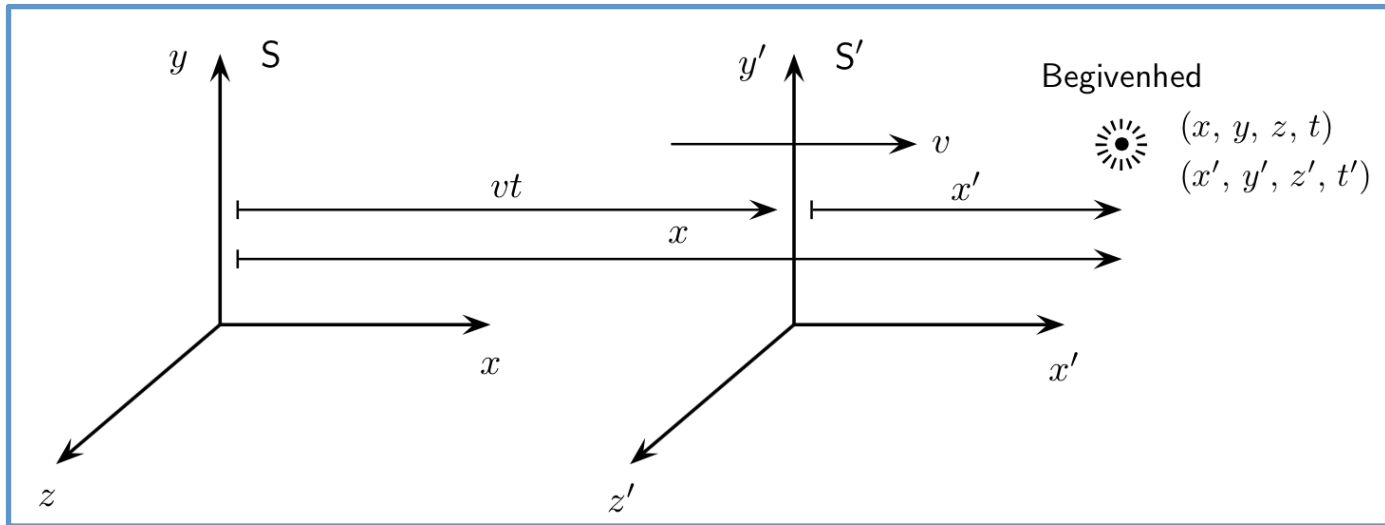
N1: "Inertiens lov".
Referencesystem,
hvor N1 gælder:
"Inertialsystem"



Relativitet: - Gives intet *absolut rum* i forhold til hvilket bevægelse (hastighed) defineres.
- Ethvert inertialsystem er ligeværdigt for *mekaniske fænomener*.
- Ikke muligt at skelne mellem inertialsystemer via *mekaniske fænomener*. 3

Galilei-transformationenen

To inertialsystemer i relativ bevægelse med hastighed v :



Galileitransformationen: Ligningsystem, der sammenknytter en begivenheds koordinater i de to inertialsystemer S og S' :

$$\begin{aligned} x' &= x - vt, \\ y' &= y, \\ z' &= z, \\ t' &= t, \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} u'_x &= u_x - v, \\ u'_y &= u_y, \\ u'_z &= u_z, \end{aligned}$$

Hastigheder er noget man lægger sammen/trækker fra hinanden



$$\begin{aligned} a'_x &= a_x, \\ a'_y &= a_y, \\ a'_z &= a_z, \end{aligned}$$

Samme acceleration i S og S' : Klassisk relativitet:
 $F=ma = ma'$

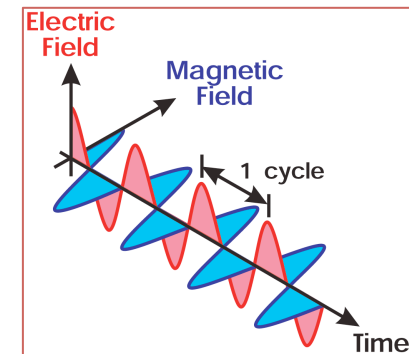
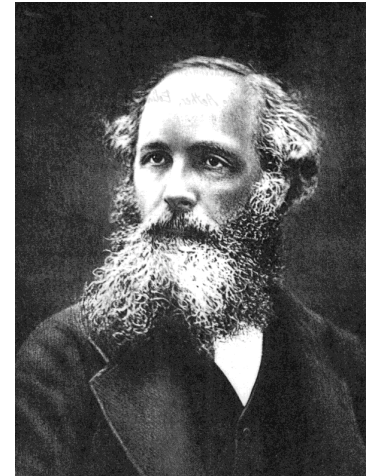
Relativitet: Kun mekanik? Eller generelt princip?

Bemærk: Det klassiske relativitetsprincip udtaler sig udelukkende om *mekaniske fænomener*.

- Ikke muligt at fastlægge **absolut rum** via *mekaniske* forsøg.
- Men stadigvæk mulighed for, at *andre typer fænomener* kunne identificere et absolut rum
 - F.eks. udbredelse af lys!

Udbredelse af lys

- Maxwell (1869): Lys er elektromagnetisk **bølger**
 - udbredelseshastighed: $c=300.000.000$ m/s
- Hastighed **i forhold til** hvad???
 - Udbredelse i hvad? Hvad er det, der svinger?
- Parallel: lydbølger \rightarrow svingninger i luften
 - 300 m/s **i forhold til** luften
 - Eksempel: lydhastighed **i forhold til** jordoverfladen:



Anna



vind \rightarrow 30 m/s



Berit

Lyd: Anna \rightarrow Berit (medvind): $u_{\text{medvind}} = (300+30)$ m/s = 330 m/s

Lyd: Berit \rightarrow Anna (modvind): $u_{\text{modvind}} = (300-30)$ m/s = 270 m/s

Lys er bølger - hvad er det der svinger?

- Hvilket medie udbreder lys sig i? Hvad er det der svinger?
 - I 1800-tallets sidste halvdel indførte man *ad hoc* begrebet “æter”
 - Lys er svingninger i “æteren”
 - Lyshastigheden er da 300.000.000 m/s i forhold til æteren



- Så burde lys kunne have medvind/modvind....

Må kunne måles, *hvis Jorden bevæger sig i forhold til æteren.*

- ikke samme udbredelseshastighed i alle retninger i forhold til jordbaseret iagttagelse
- => fastlæggelse af “ætervinden”
 - Efterstræbt måling i 1800-tallets sidste halvdel
- Alle forsøg på at måle ætervinden gav negativ resultat
 - Æteren tilsyneladende i hvile i forhold til Jorden...
 - Utroværdig konklusion...
 - Vi ved jo, at Jorden bevæger sig omkring Solen, og Solen omkring Mælkevejens centrum og Mælkevejen omkring...



Michelson-Morley-Eksperimentet

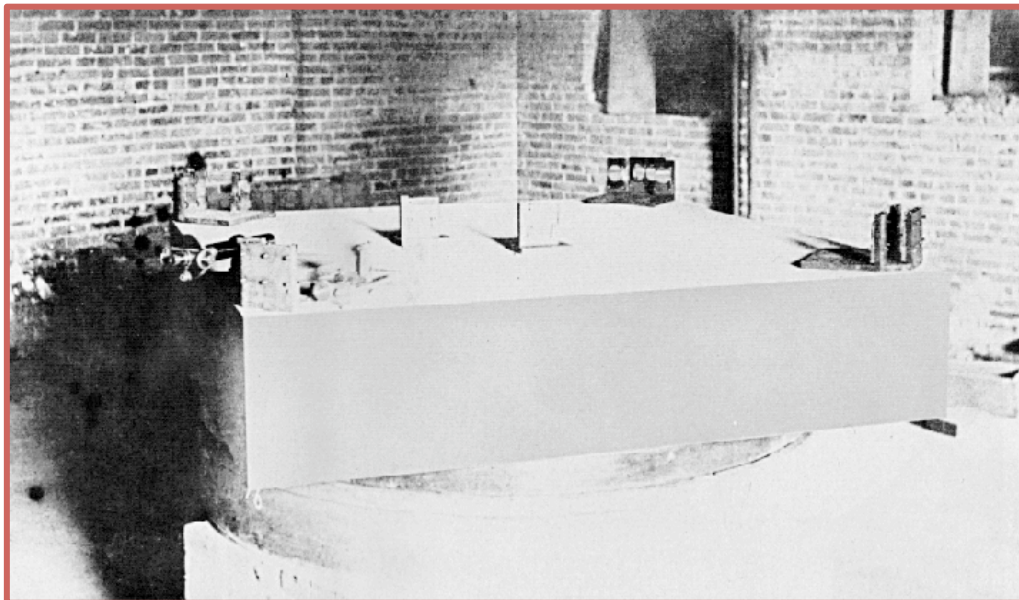
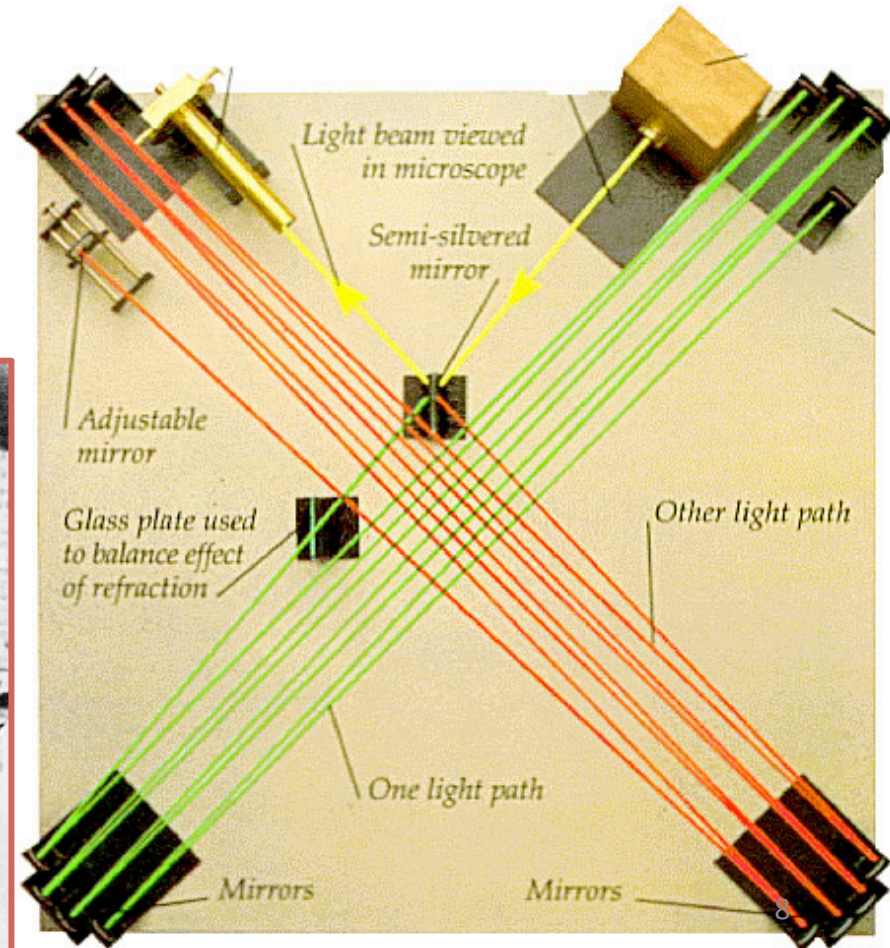


A.A. Michelson
1852 - 1931



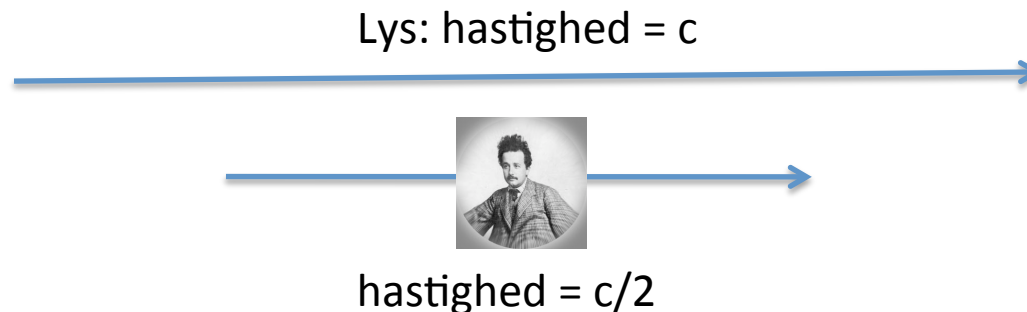
E.W. Morley
1838 - 1923

Det mest berømte eksperiment til eftervisning af ætervinden.
Og som viste et nul-resultat...



Samtidig i Europa: Einstein spekulerer over lys

- Einstein: Hvis lys udbreder sig med hastigheden $c=300.000.000$ m/s, så må det *i princippet* være muligt at bevæge sig ved siden af en lysbølge, lige så hurtigt som denne og betragte lysbølgen i hvile **i forhold til** sig selv.
 - Hvordan vil en sådan lysbølge “se ud”?
- Einstein undersøger Maxwells ligninger: Nej, disse har kun og alene løsninger for lys, der udbreder sig med hastigheden c .
 - Jamen, det dur jo ikke. Fx.:



- lagttager skulle *i princippet* kunne have *enhver* hastighed **i forhold til** lysstrålen
 - Så, er der ikke noget galt med Maxwells teori ?
 - Nej, viser det sig. Det er ikke Maxwell, der er noget i vejen med... Men noget langt mere fundamentalt!

Einsteins relativitetsprincip (1905)



Einstein postulerer:

1. Alle inertialsystemer er ligeværdige for udførelse af samtlige fysiske forsøg:
 - a. meningsløst at spørge, hvem der er i hvile, og hvem, der bevæger sig; **al bevægelse er relativ**
 - b. æteren er død: Hvis der fantes en æter, ville det system, der var i hvile i forhold til æteren, være speciel.
2. I det tomme rum har lys samme konstante hastighed, c , **for enhver iagttager**

Set med traditionelle briller, er dette ret vanvittigt!

- Lige meget hvor hurtigt man forsøger at indhente en lysstråle, vil denne altid fjerne sig fra én med samme hastighed, c

Einsteins postulater fører til en ny opfattelse af rum + tid

Samme lyshastighed for enhver iagttager?



150 km/t



40 km/t

Hastighed af bil **i forhold til** cykel:
 $v = (150 - 40) \text{ km/t} = 110 \text{ km/t}$

=> Hastigheder lægges sammen
(trækkes fra hinanden), som
normale tal

lysstråle

300.000 km/s



100.000 km/s

Hastighed af lysstråle **i forhold til** Einstein er uanset hans bevægelse: $v = 300.000 \text{ km/s}$

=> Hastigheder lægges *ikke* sammen, som normale tal...

Samme lyshastighed for enhver iagttager?

Hvad er så specielt ved lys, at vi ikke kan benytte “normale” regler for sammensætning af hastigheder?

- Hastigheden er høj!
 - Faktisk den højeste opnåelige (ikke-abstrakte) hastighed overhoved.
- Det er strengt taget *aldrig* 100% korrekt at addere hastigheder
 - Men for hverdagshastigheder er det ok til ~ 14 cifres præcision...
- Hvordan/hvorfor:

$$\text{hastighed} = \text{afstand i rum} / \text{afstand i tid}$$

Sammenbrud af hastighedsadditionsreglen:

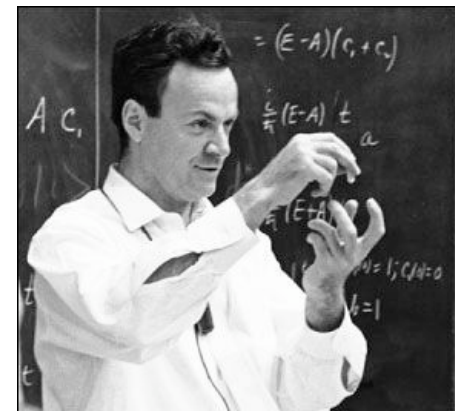
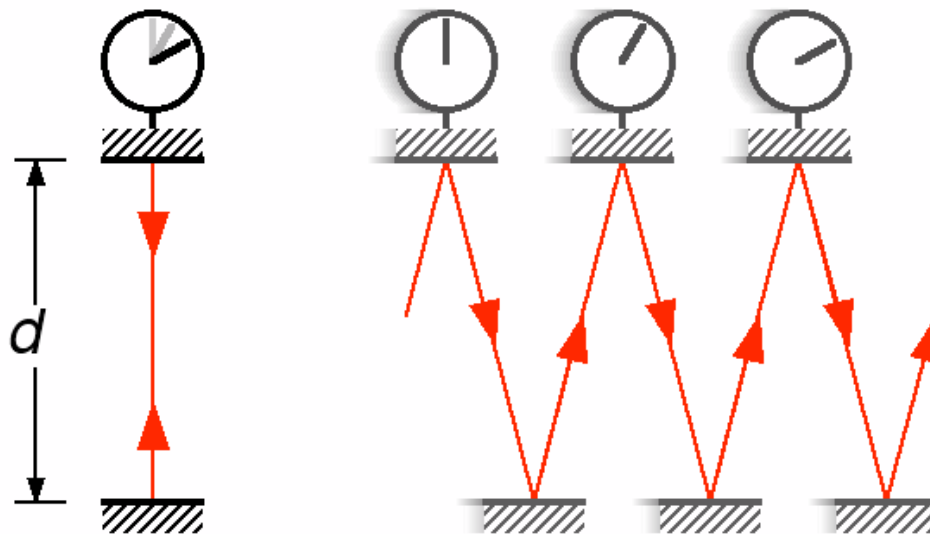
Strukturen af rum + tid er anderledes end, hvad vores hverdagserfaring fortæller os

Vigtige begreber for udforskning af rum og tid

- **Begivenhed**: Øjeblikkelig hændelse i et specifikt punkt i rummet;
- **Referencesystem**: Et system for tilordning af koordinater til begivenhed. Enhver begivenheds koordinater *aflæses lokalt*: Ingen forsinkelse p.g.a. endelig udbredelseshastighed lys/signaler;
- **Inertialsystem**: Referencesystem, hvori Newtons love gælder;
- **lagttager**: Et individ, som observerer begivenheder fra et givet referencesystem.

Revision af fundamentale begreber: Tid

- Et ur, der bevæger sig, tikker langsommere.
- Dette kan anskueliggøres direkte v.h.j.a. et såkaldt lysur.
- Lysvejen i det bevægede ur er længere; altså tikker det langsommere

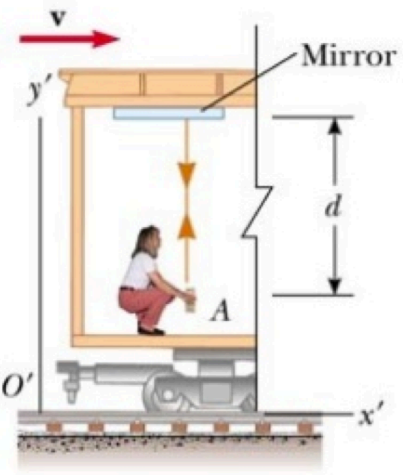


Argument efter R.Feynman

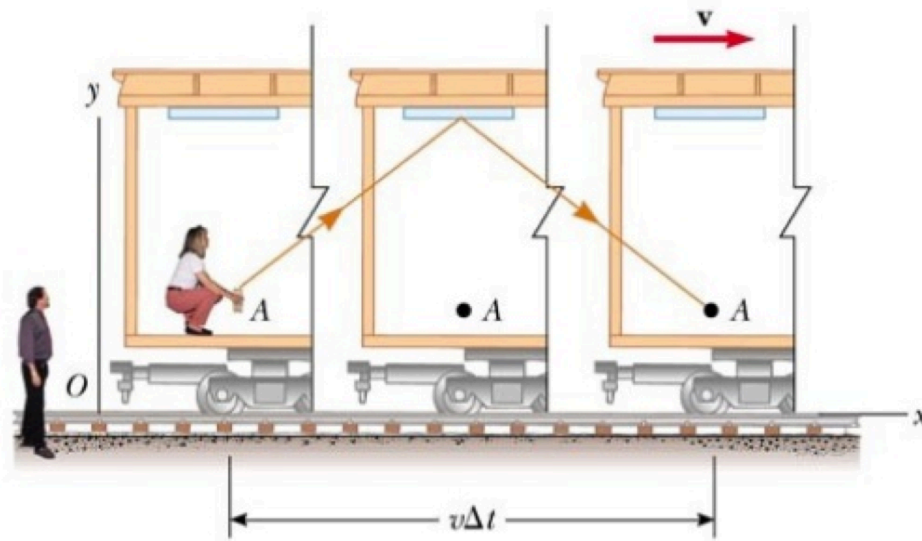
Hver gang lyset rammer det øvre spejl, tikker uret én gang

- Ethvert ur må gå langsommere, hvis det er i bevægelse i forhold til iagttageren => **Tidsforlængelse**

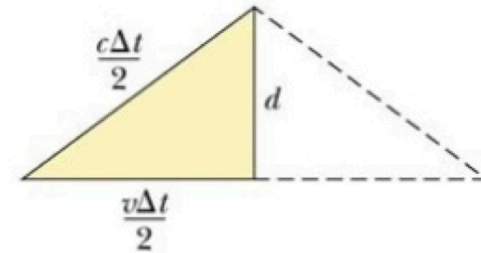
Feynman-uret



(a)



(b)



(c)

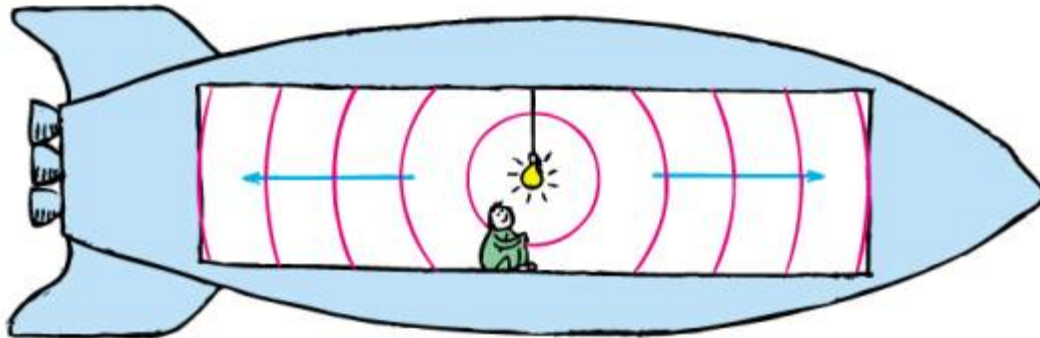
$$\Delta t_{proper} = \frac{2d}{c}$$

Pythagoras +
samme lyshastighed
for alle

$$\left(\frac{c\Delta t}{2}\right)^2 = \left(\frac{v\Delta t}{2}\right)^2 + d^2$$

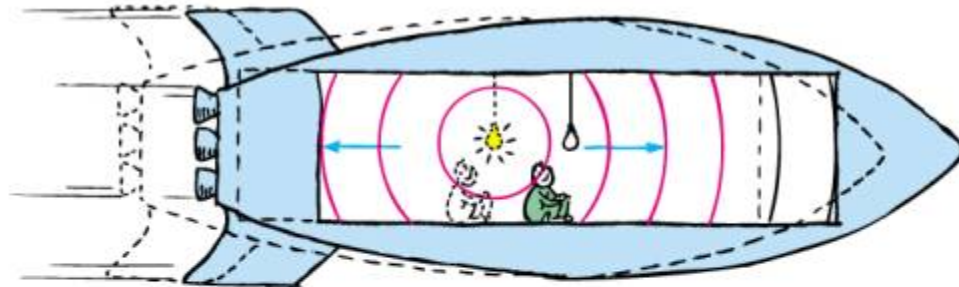
$$\Delta t = \frac{\Delta t_p}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \gamma \Delta t_p$$

Revision af fundamentale begreber: Samtidighed



Hewlett, *Conceptual Physics*, Ninth Edition.
Copyright © 2002 Pearson Education, Inc., publishing as Addison Wesley. All rights reserved.

En iagttager i rumskibet ser, at et lysglimt udsendt fra midten af rumskibet rammer kabinens to ender til samme tid.



For en iagttager, der ser rumskibet passere forbi, medfører betingelsen om den samme lyshastighed i alle retninger *i sit eget system*, at de to begivenheder ikke vil være samtidige. Lysglimt vil først ramme bagvæggen, dernæst forvæggen.



Hewlett, *Conceptual Physics*, Ninth Edition.
Copyright © 2002 Pearson Education, Inc., publishing as Addison Wesley. All rights reserved.

Samtidighed er relativ, ikke absolut !

Revision af fundamentale begreber: Længde

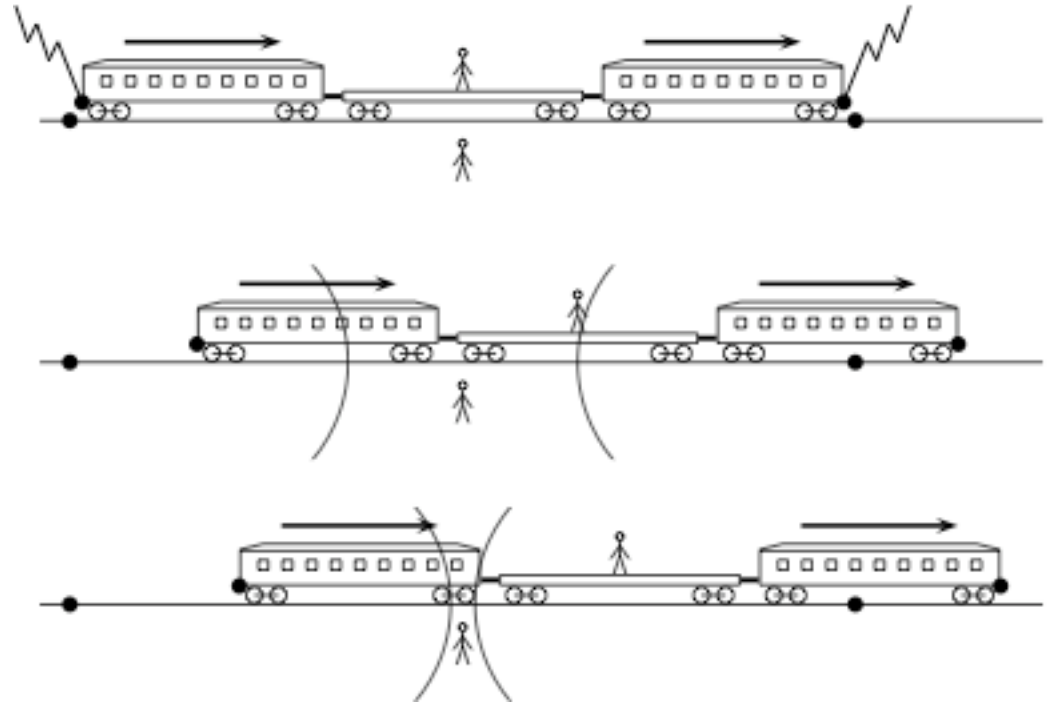
Måling af længden af et legeme i bevægelse:
Afstand mellem to mærker afsat *samtidig* ved legemets for- og bagende.



Idet to iagttagere i relativ bevægelse er uenige om samtidigheden af de to begivenheder, vil de også være uenige om længden af legemet.



Et legeme er kortere, når det iagttages fra et system i hvilket det bevæger sig.
Længdeforkortning



Her, to lynnedslag, der er samtidige i skinnerne. Afstanden mellem mærkerne på skinnerne repræsenterer togets længde i skinnerne. I togsystemet slår lynet ved forenden ned først, dernæst ved bagenden. Afstanden mellem mærkerne på skinnerne må da være kortere end togest længde i togsystemet.

De relativistiske effekter

- **Længdeforkortning**

- Længde af legeme i system, hvor legemet er i hvile: **Hvilelængden**: L_0
- I ethvert andet system er legemet kortere:

$$L = L_0/\gamma = L_0\sqrt{1 - v^2/c^2}.$$

- **Tidsforlængelse**

- Varighed af process i system, hvor start og slut sker i samme punkt: **Egentiden**: T_0
- I ethvert andet system er varigheden større:

$$T = \gamma T_0 = \frac{T_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}.$$

γ -funktionen
(mål for hvor relativistisk
problemstillingen er)

$$\gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

