



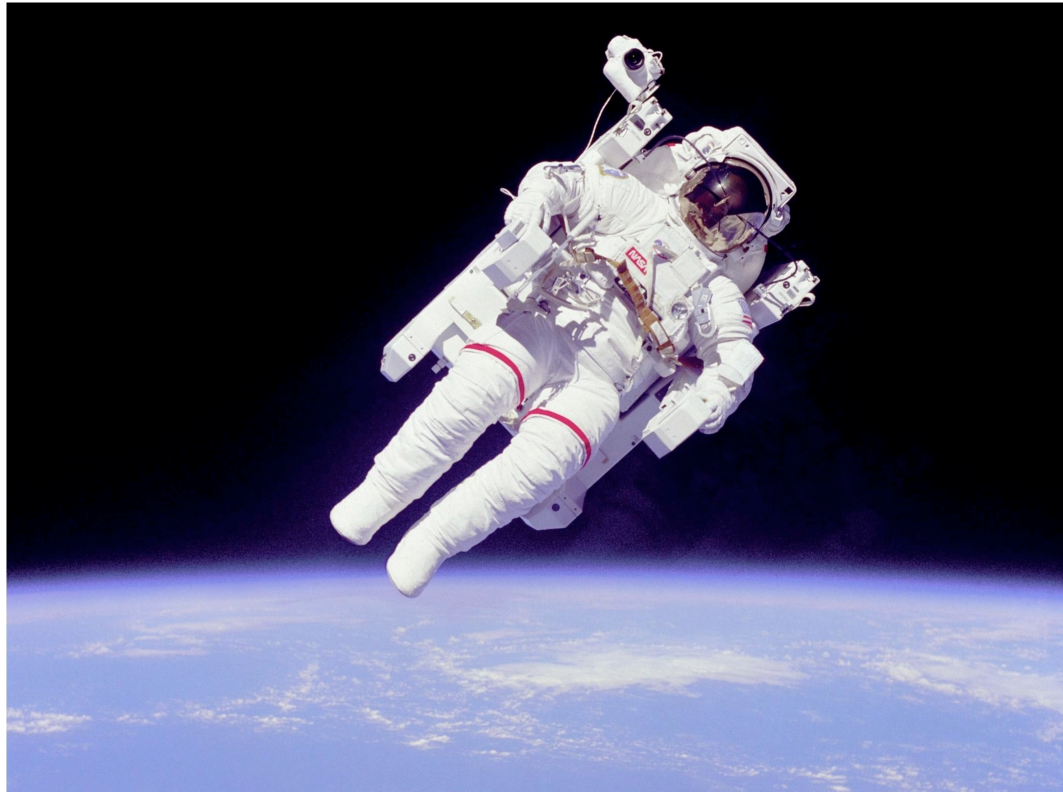
Relativitetsteori (v)

Einstein roder rundt med rum og tid

Mogens Dam
Niels Bohr Institutet

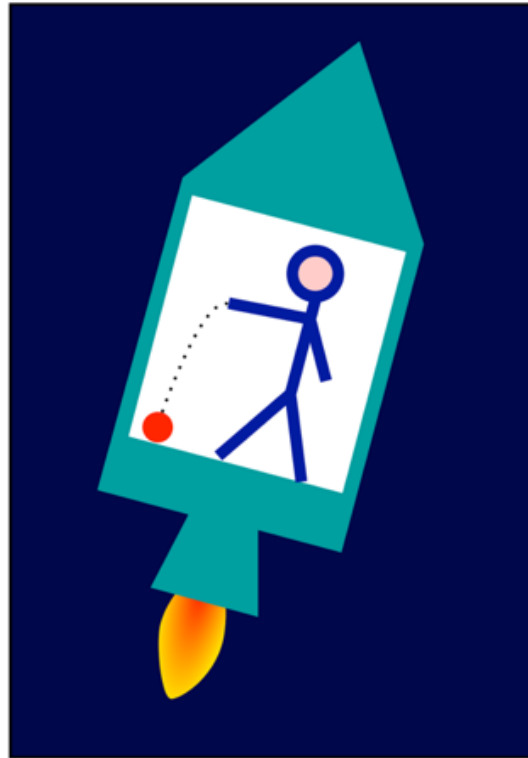
Speciel relativitetsteori og inertialsystemer

- Einsteins specielle relativitetsteori gælder i inertialsystemer.
- Og kun i områder uden tyngdekraft



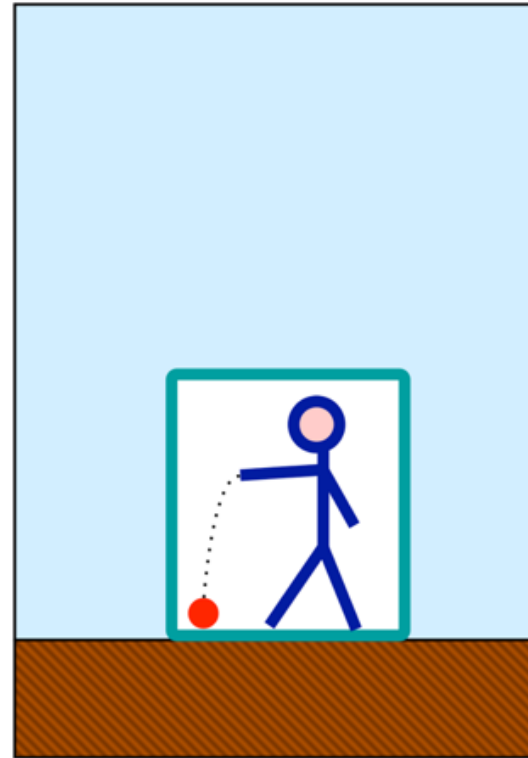
Einsteins ækvivalensprincip

Einstein (1907):
“The happiest
thought of my
life”



Acceleration

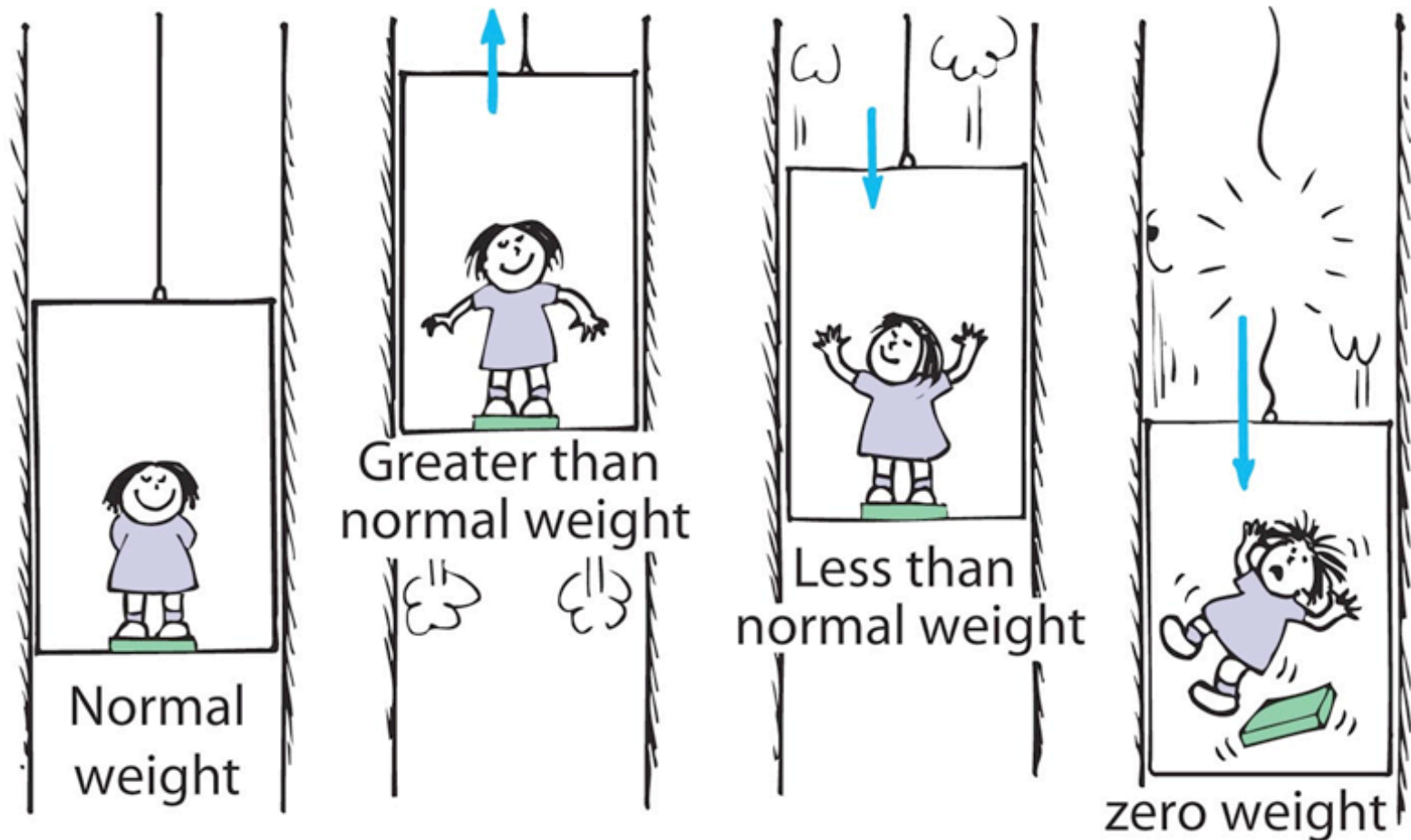
=



Gravitation

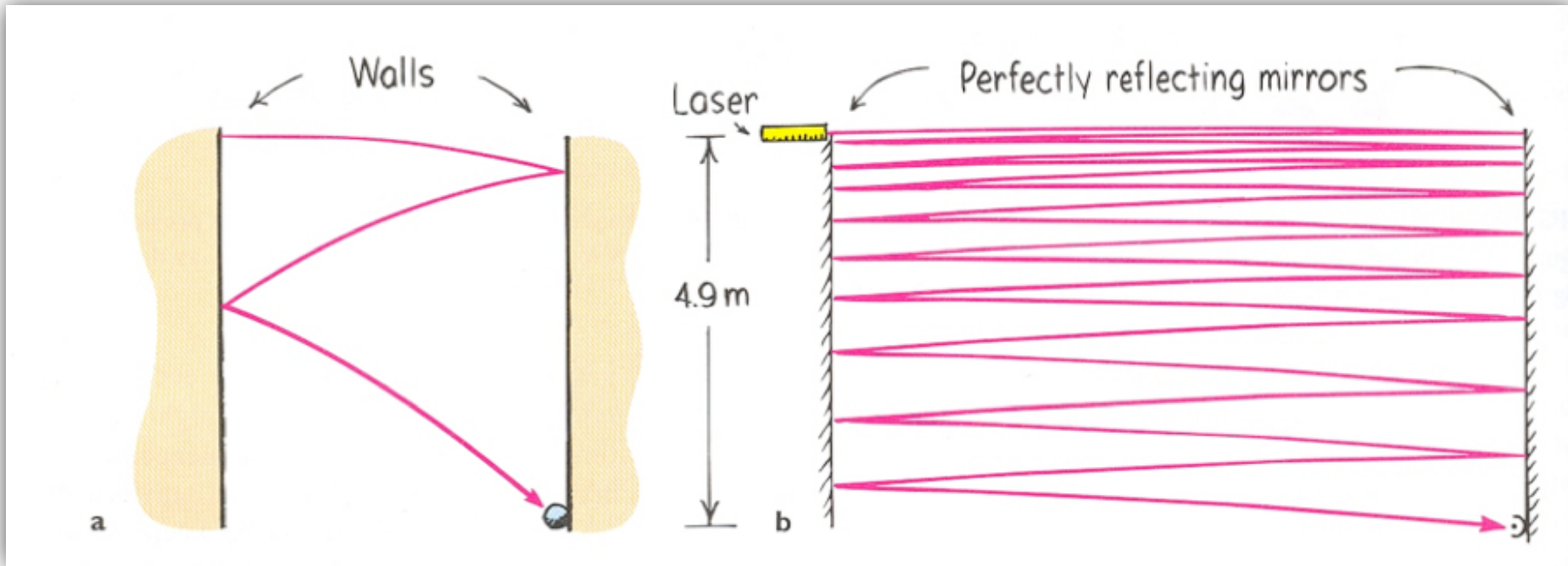
- lagttageren vil ikke kunne skelne mellem de to situationer
 - Gravitation kan anses som et resultat af valg af referencesystem

Speciel relativitetsteori gælder i fritfalds-systemer



Gravitation kan transformeres væk ved valg af andet referencesystem

Galilei++: **Alt** falder ens



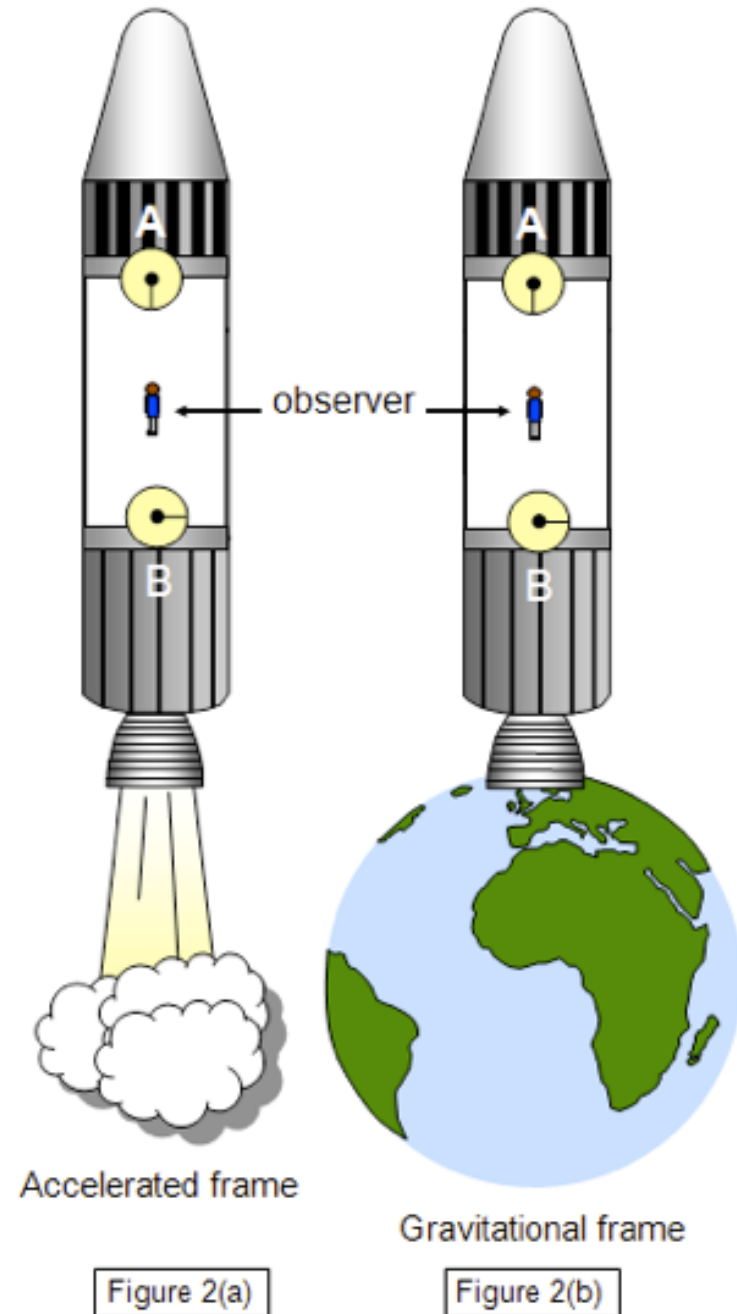
- Referencesystem på jordoverfladen er *ækvivalent* med system, der accelereres opad med 9.8 m/s^2
- I faldende inertialsystem (frit-fald-system) bevæger alt sig retlinjet
- Det, at ting falder, skyldes vort jordoverfladebaserede referencesystems ækvivalente opadrettede acceleration
- Dermed falder alt (inklusive lys!) med samme tyngdeacceleration

Rummet krummer

Gravitationel tidsforlængelse

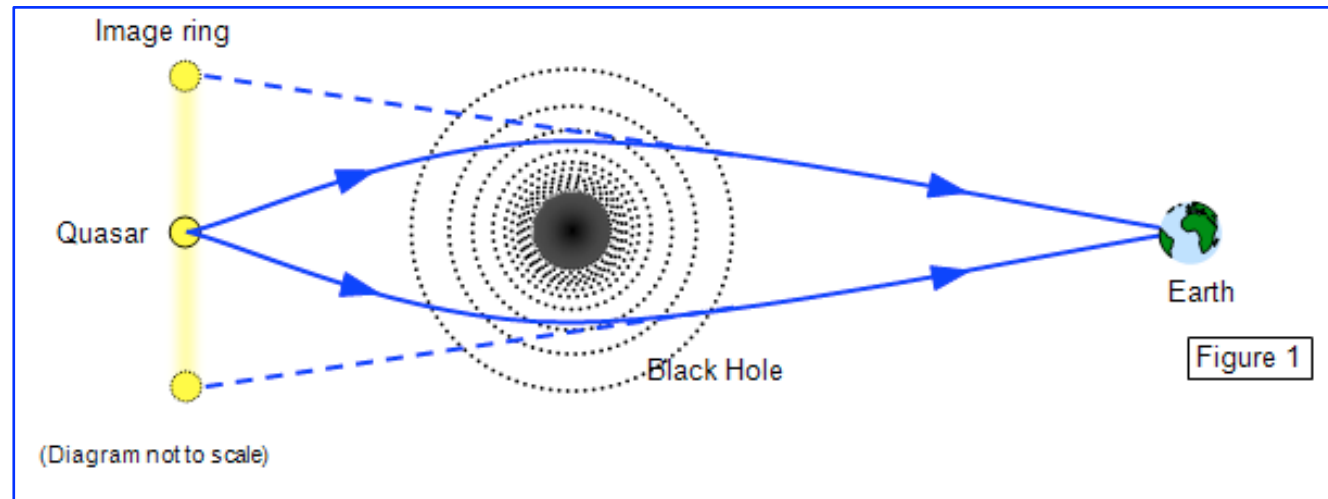
Iagttager midt mellem to **identiske** lamper, A og B, der blinker med samme frekvens:

- Jævn hastighed: Iagttager ser A og B blinke med samme frekvens;
- Accelereret bevægelse: Iagttager accelererer væk fra signalerne fra B, men hen mod signalerne fra A: Vil se **B blinke langsommere end A**.
- **Ækvivalensprincippet**: Ved jordoverfladen vil iagttager se B blinke langsommere end A.
- **Tiden går langsommere i B end i A!**



Gravitationel linseeffekt

Ser tiltider to (eller flere) billeder af samme stjerne på himlen

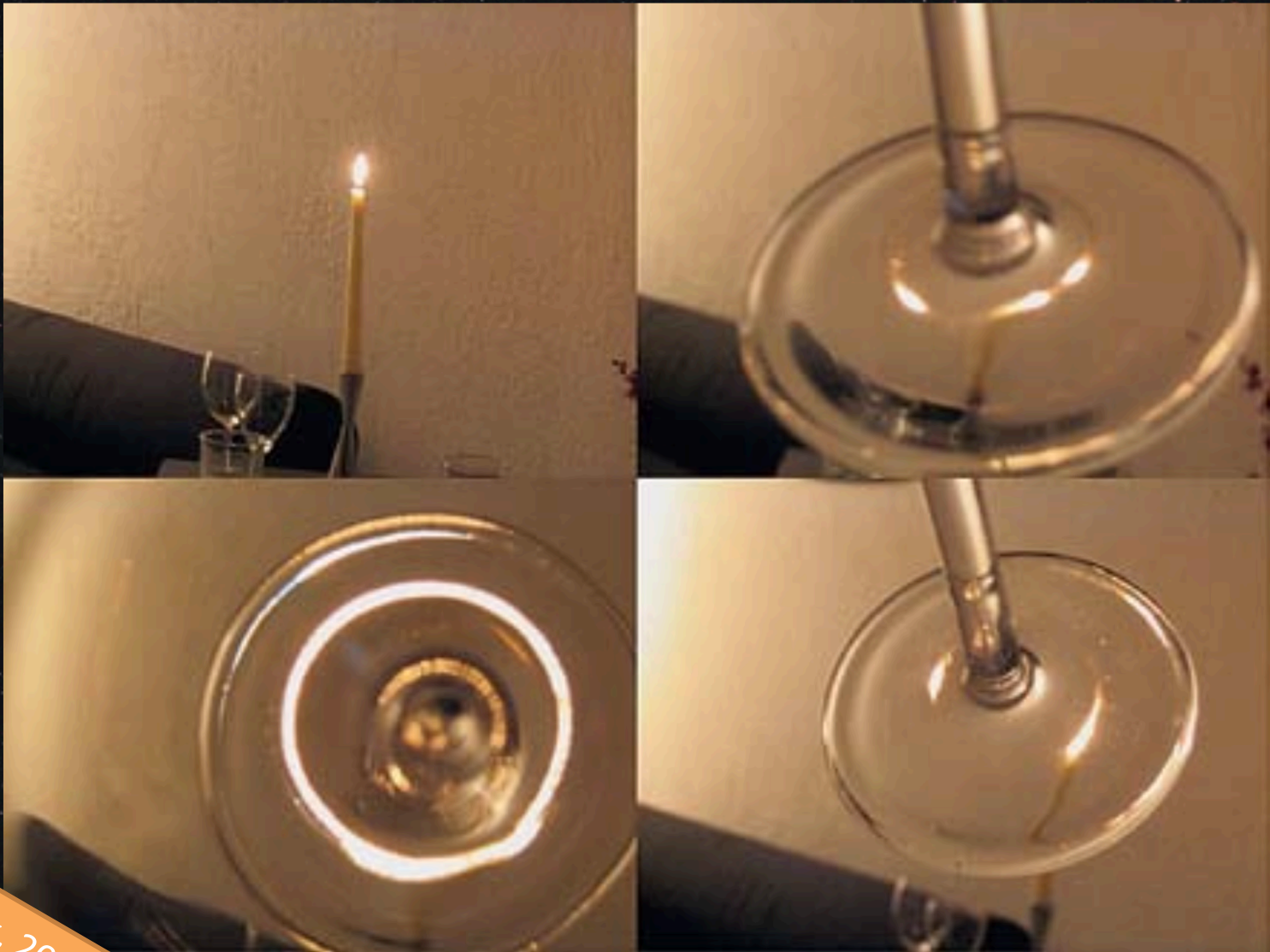


Foreground objects can distort, and magnify distant background galaxies.



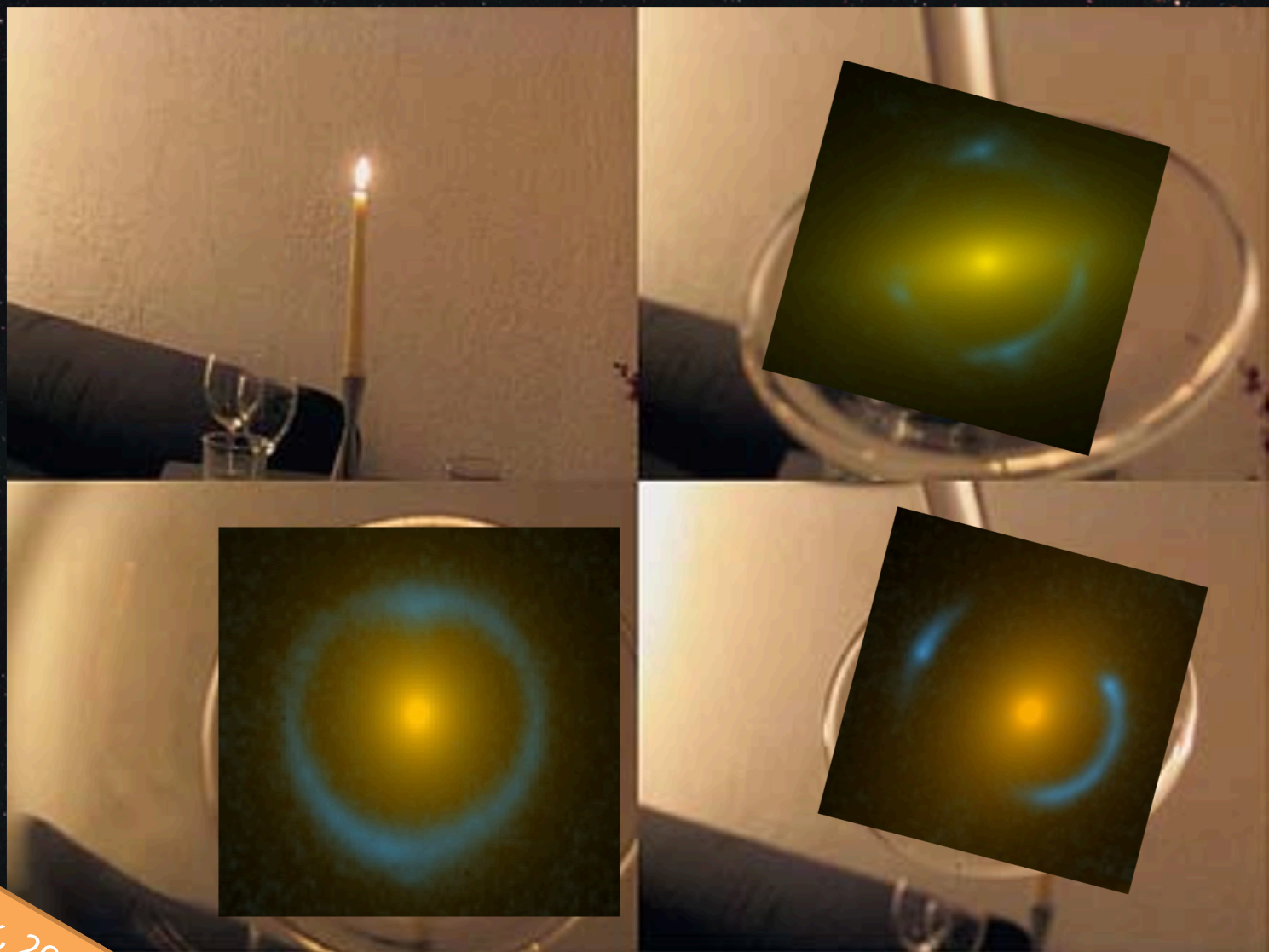
Chip Brock, 2014

“Gravitational” lensing...with a wineglass.



Chip Brock, 2014

“Gravitational” lensing...with a wineglass.

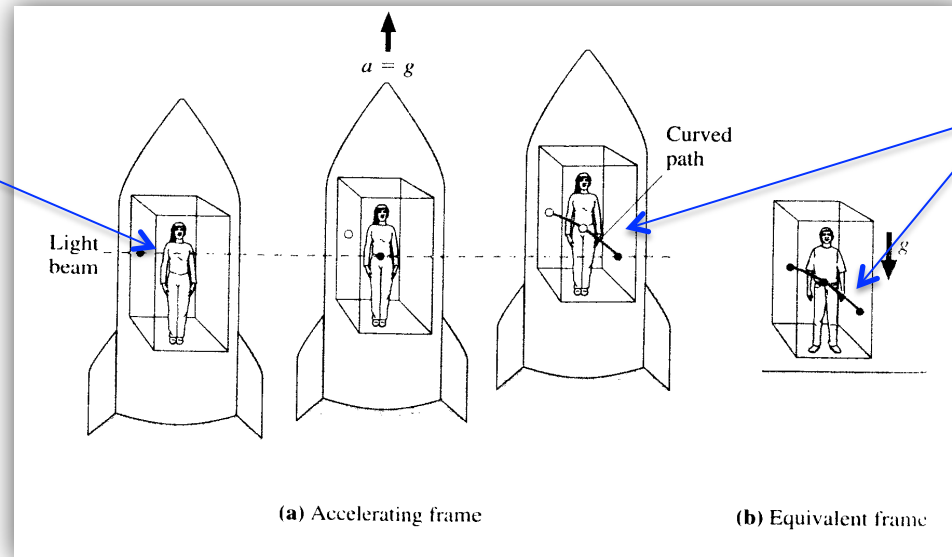


Chip Brock, 2014

Lys og det krumme rum (i)

Hvad er den bedre definition af en ret linje end lyset vej?

- Men vi har lært, at en lysstråle, som er ret for én iagttager, ikke nødvendigvis er det for en anden.
- Kan én og samme linje da både være både ret og ikke-ret?
- Og hvad er da i det hele taget en ret linje?



Ret lysstråle for ekstern iagttager (os)

Krummet lysstråle for i accelereret system og i system med gravitation

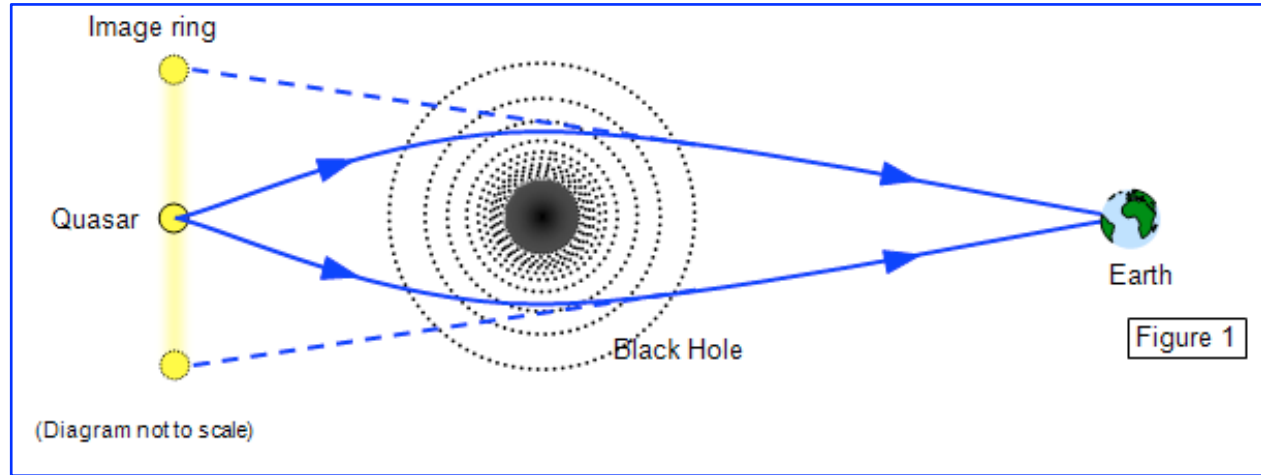
Lys og det krumme rum (ii)

Vi **definere** en ret linje, som den vej en lysstråle ville tage

- Dette definerer simpelthen, hvad rummet ...er
- Men derved synes én og samme linje at kunne være både ret og ikke-ret.
- Hvordan forklare denne logiske umulighed?
 - Dette er nok en af de tekniskt mest udfordrende fysikproblemer nogensinde; og grundlaget var udelukkende logik og ord
 - Det tog kun Einstein 5 år efter den “lykkeligste tanke i livet”
 - Han måtte tilbage i “skole” og lære (avanceret) matematik
- Forklaringen der langsomt fremtonede:
 - Det er ikke lysets bane men selve rummet der krummer!

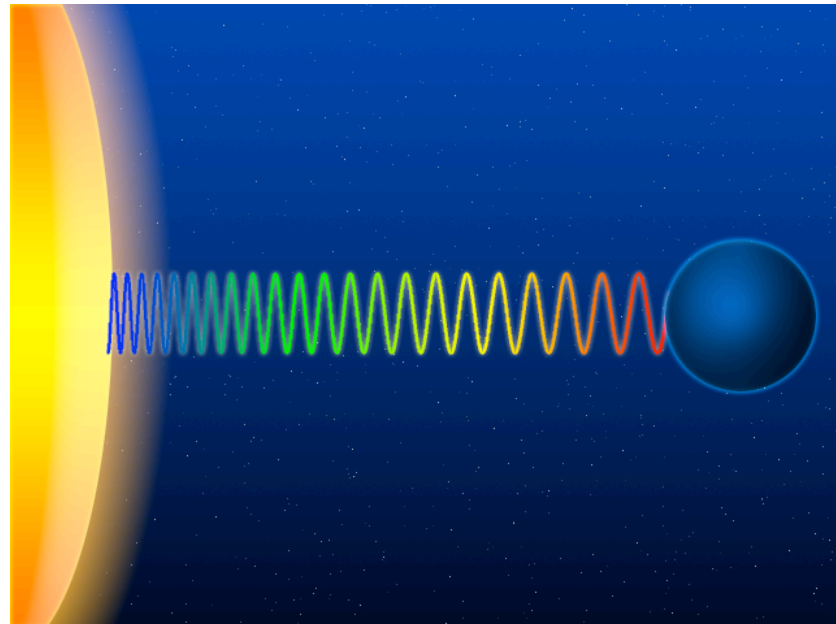
Masse krummer rum og tid

Gravitationel linseffekt:
Krumning af **rum**



Gravitationel rødforskydning.
Tiden skrider frem med
forskellig rate forskellige steder:
Krumning af **tid**

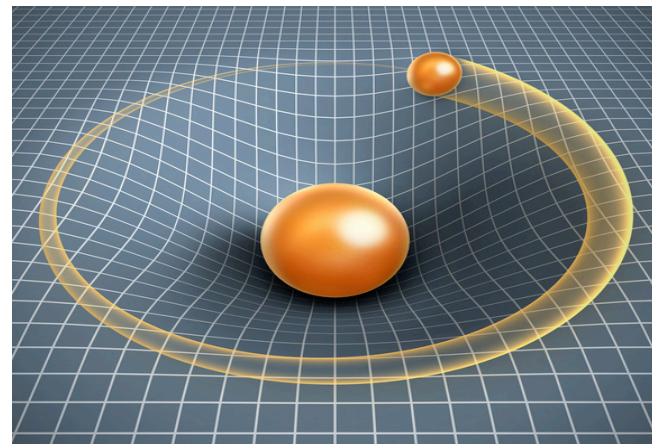
Sammenfattende:
Krumning af **rumtid**



Einstein og gravitation

Einstein skaffede sig af med **tyngdekraften**:

- Massive legemer krummer rumtiden
- Den korteste vej mellem to punkter i rummet er den vej lyset tager
- Og hvis den korteste vej er krum...



I den almene relativitetsteori er gravitation ikke en kraft, men en “topografi” af legemer, der tager den korteste vej i en krum rumtid

“Matter tells spacetime how to bend and spacetime returns the compliment by telling matter how to move”

John Wheeler

Krum rumtid?

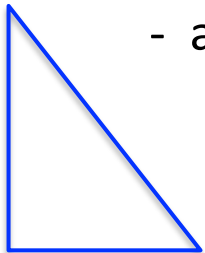
Lad os først se på det flade rum sammen med Euklid

Rummet ifølge Euklid: 4 begreber og 4+1 postulater:

Begreber: Punkt, linje, plan, rum

1. Der kan tegnes en ret linje mellem samtlige to punkter
2. Et endeligt linjeelement kan udstrækkes uendeligt i begge retninger
3. Man kan tegne en cirkel omkring ethvert punkt med enhver radius
4. Alle rette vinkler er ækvivalente
5. Givet en linje og et punkt, der ikke ligger på linjen, så findes der kun en linje gennem punktet som er parallel med linjen

Heraf udledtes et helt system af matematik, som f.eks:



- at summen af de tre vinkler i en trekant er 180°
- Pythagoras
- en masse algebra

Krum rumtid...?



Krumme rum?

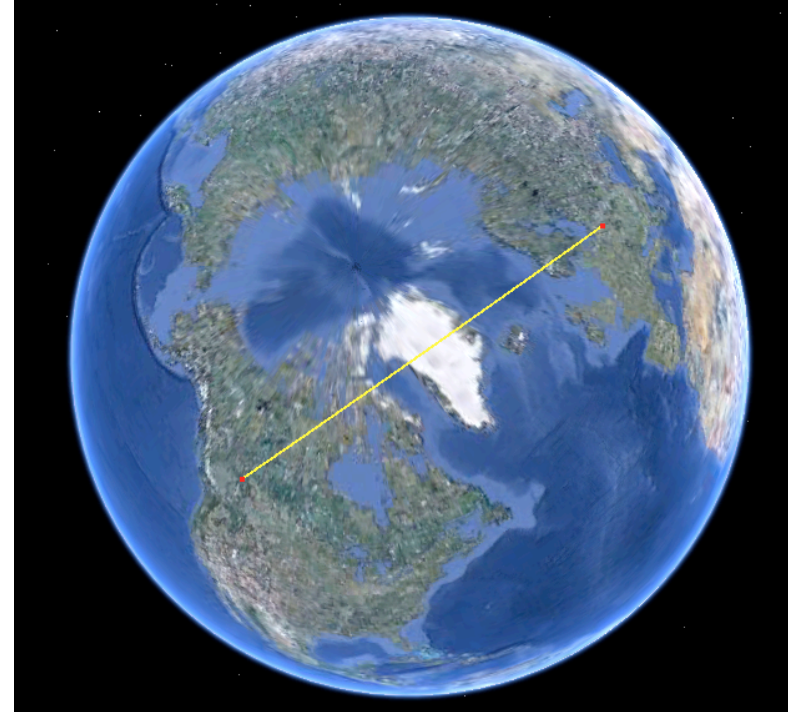
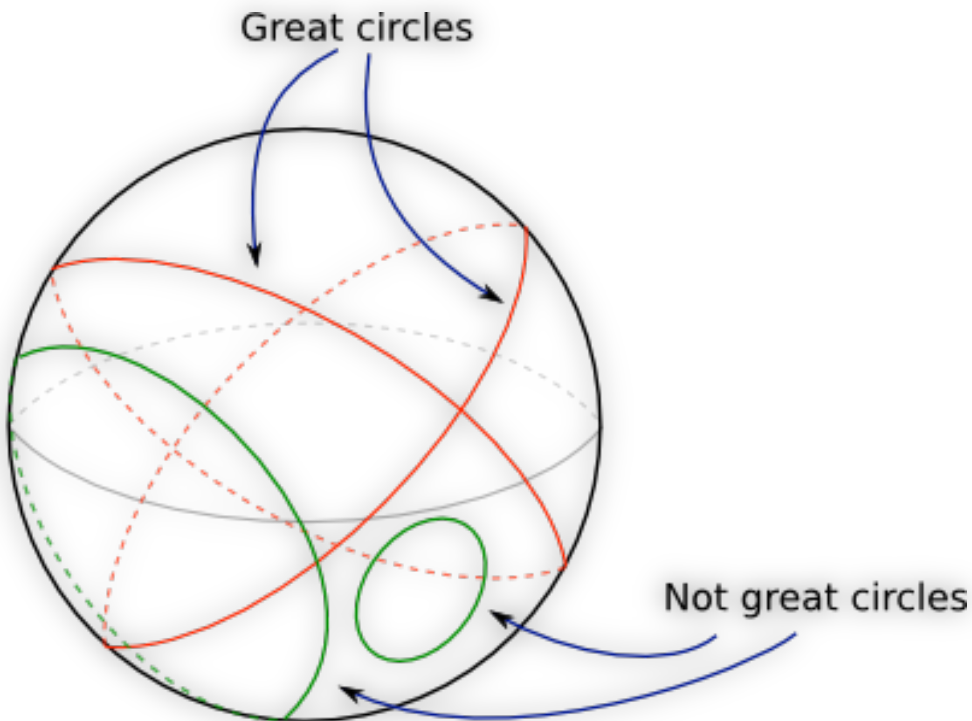
Ikke så mystisk endda – Vi bor selv på en krum geometri



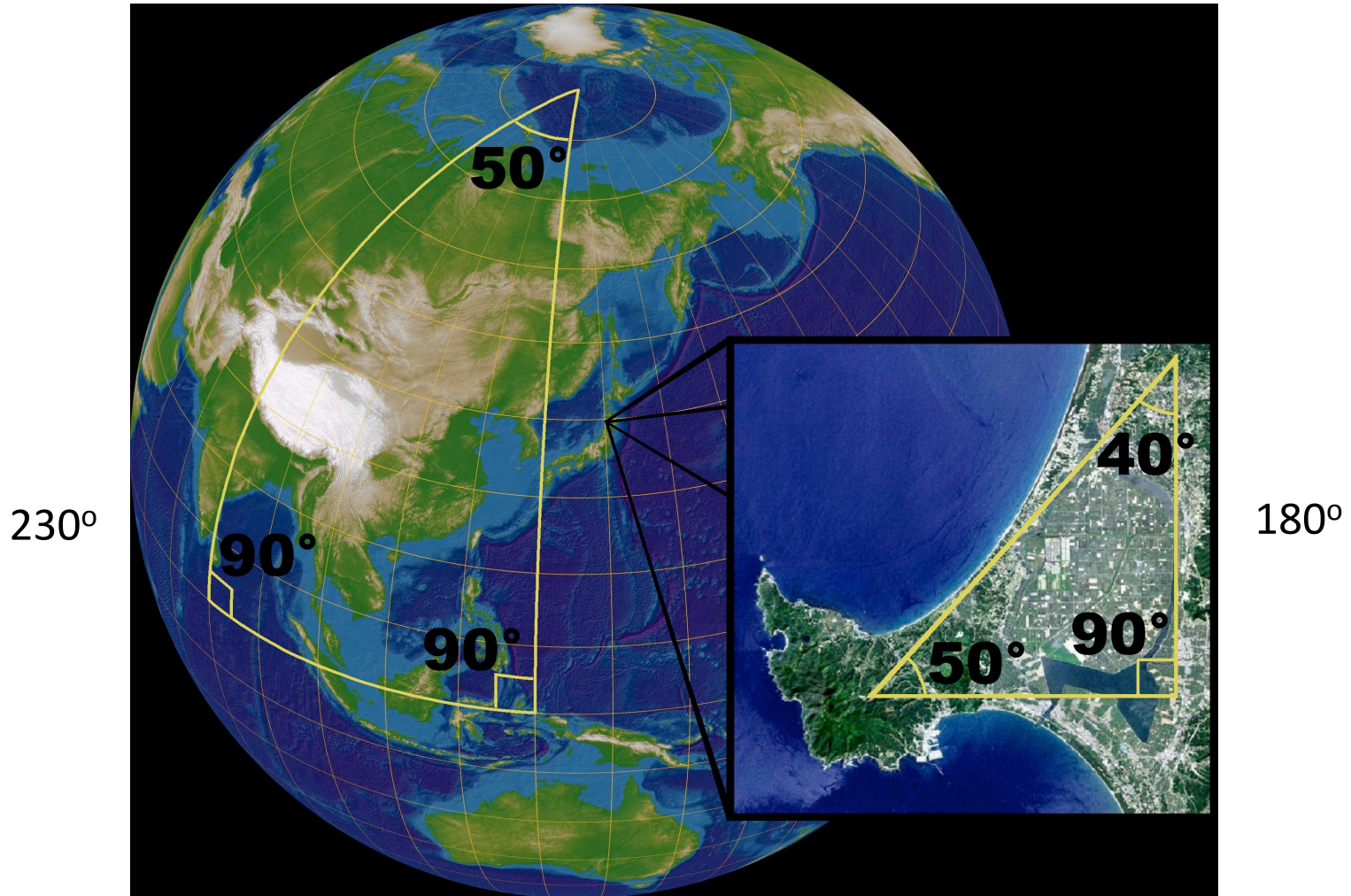
Krum overflade

Ret linje på en kugle:

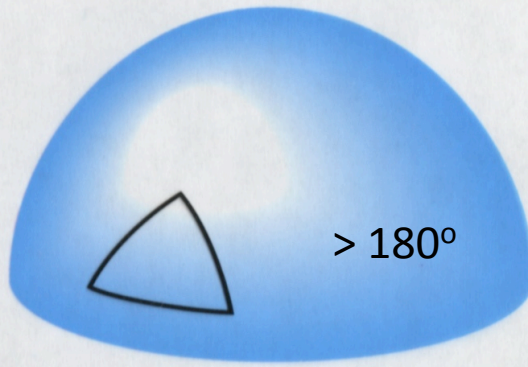
- Korteste vej, der forbinder to punkter
- *“Geodæsisisk linje”*



Euklids postulater kun korrekte for flade geometrier

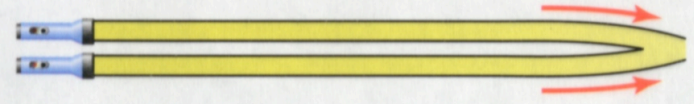


Krumme og flade overflader



a Spherical space

$$\rho_0 > \rho_c, \Omega_0 > 1$$

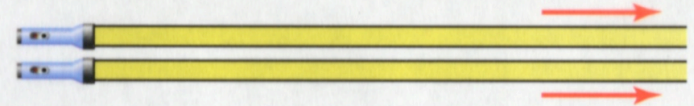


Parallel light beams converge

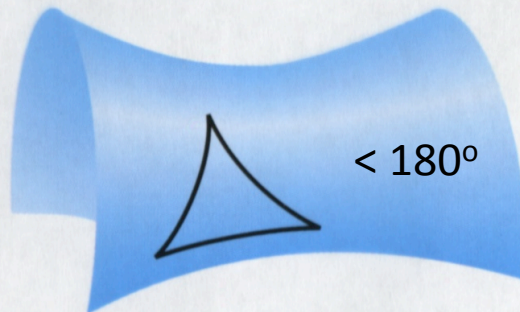


b Flat space

$$\rho_0 = \rho_c, \Omega_0 = 1$$

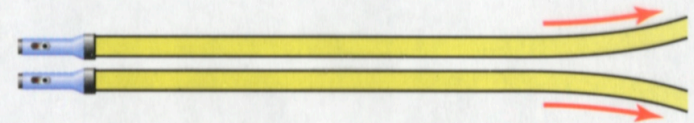


Parallel light beams remain parallel



c Hyperbolic space

$$\rho_0 < \rho_c, \Omega_0 < 1$$

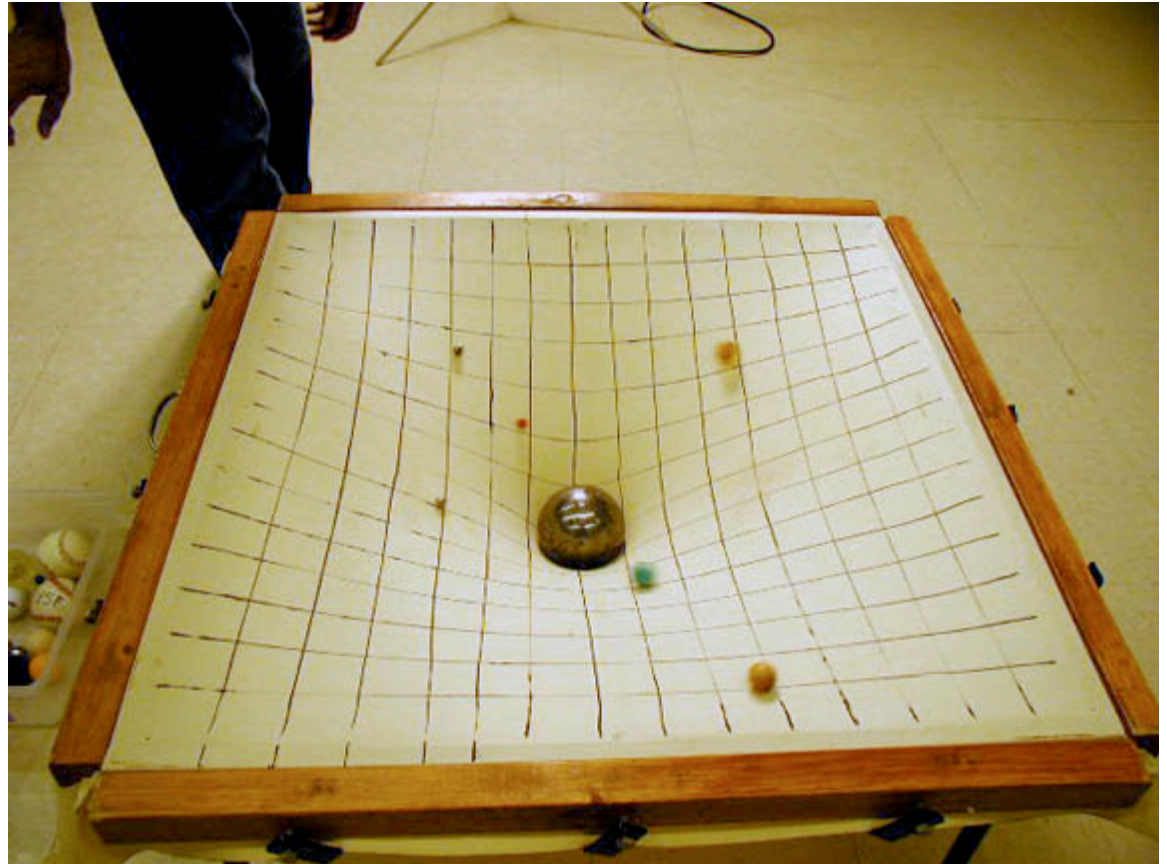


Parallel light beams diverge

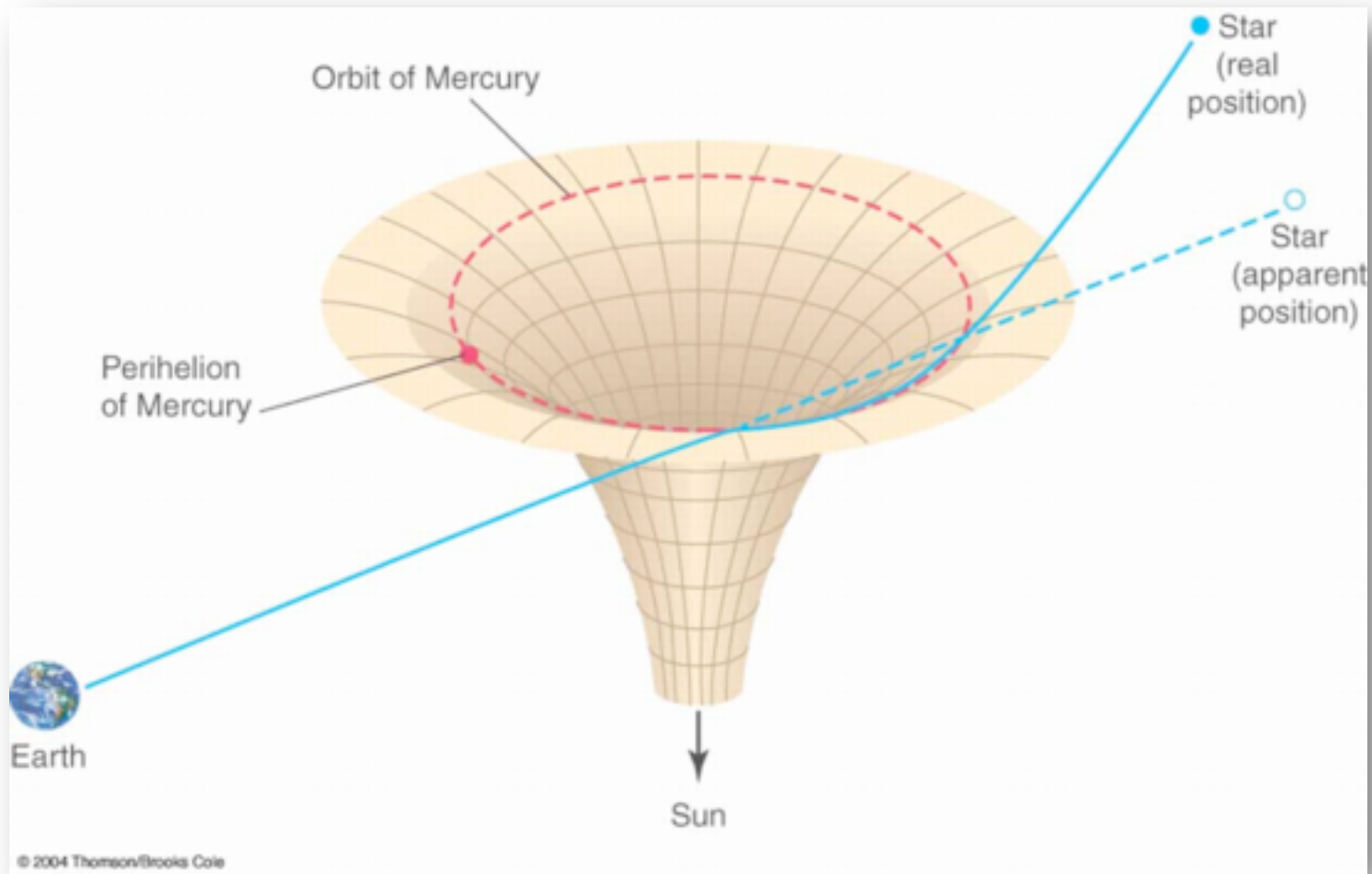
Massivt legeme krummer rummet

Demonstrationsmodel:

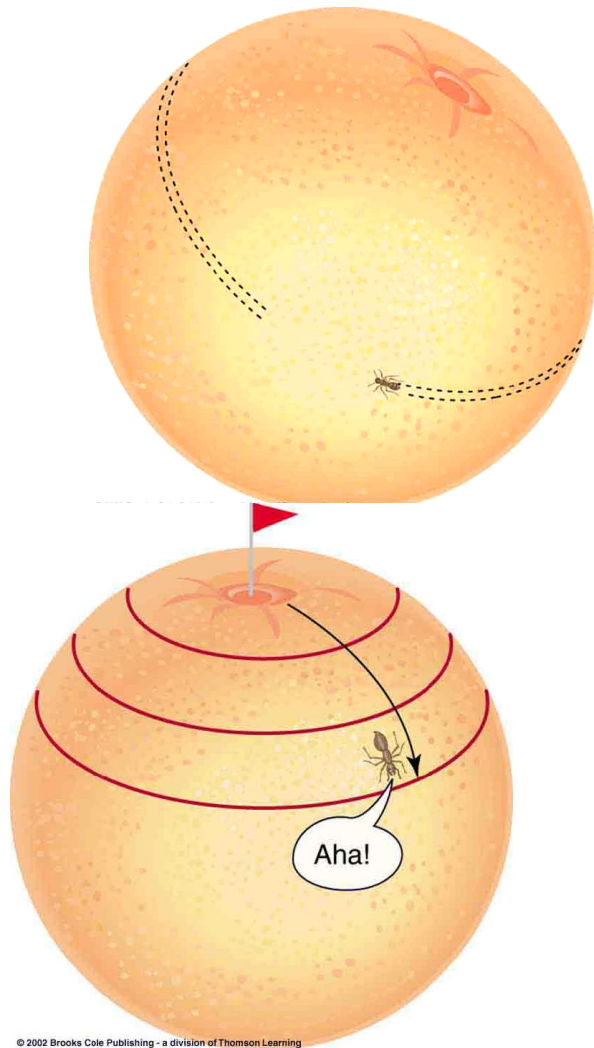
- Den tunge kugle krummer (geometrien) overfladen
- De små kugler tiltrækkes



Linseffekt: Rummet krummer omkring Solen



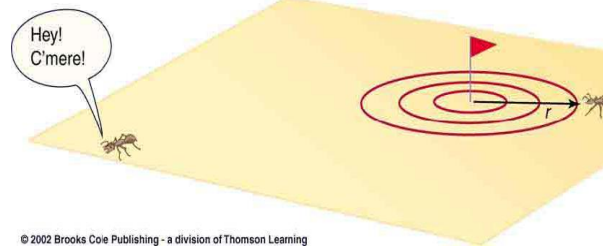
Hvordan bestemme geometrien af rumtiden?



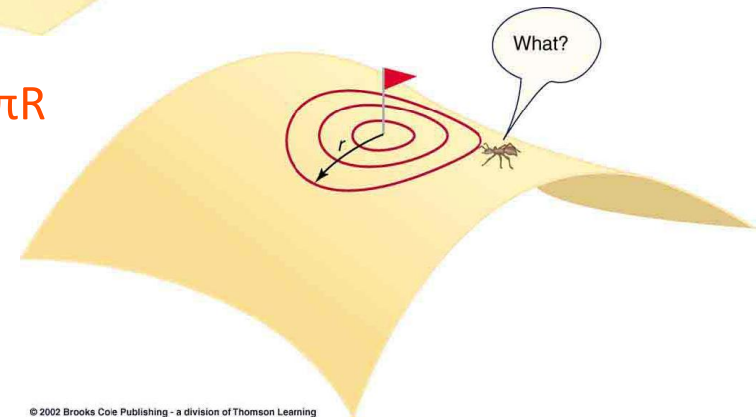
Positiv krumning: $C < 2\pi R$

Hvordan kan en 2D skabning undersøge geometrien af sin verden

Sammenligne radius (R) og omkreds (C) af en cirkel



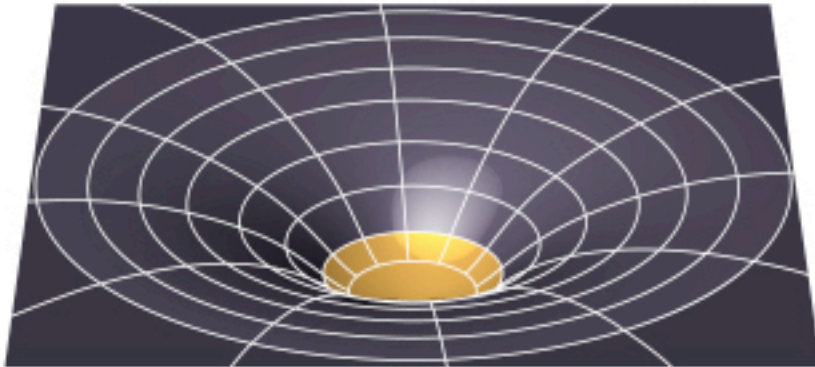
Flad overflade: $C = 2\pi R$
(nul krumning)



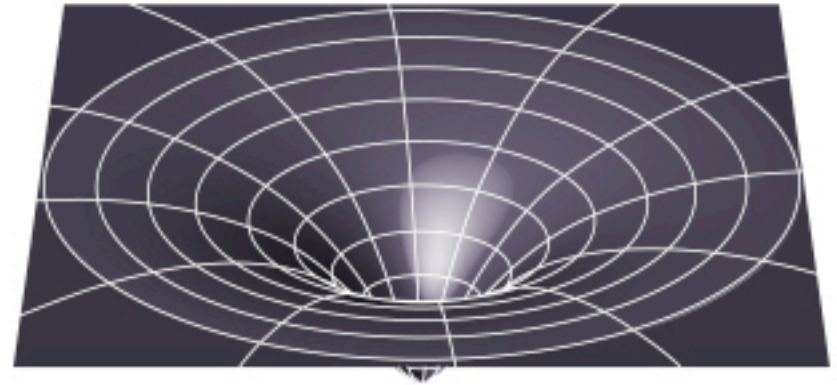
Negativ krumning: $C < 2\pi R$

Rummets krumning

spacetime around the Sun today

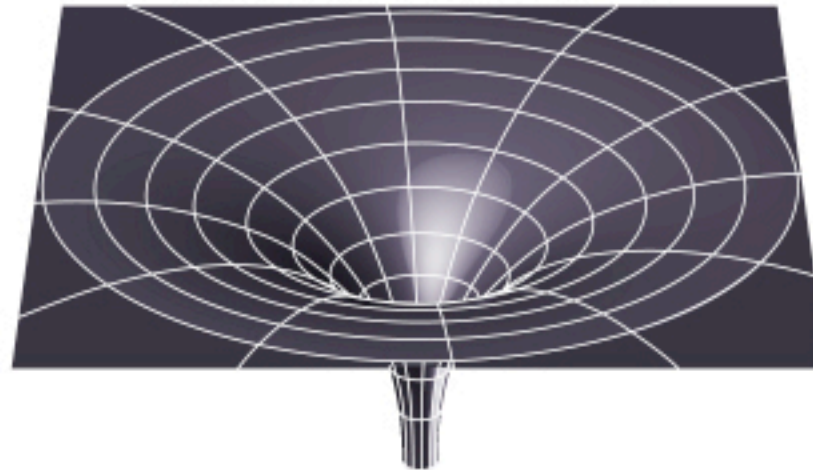


spacetime around the Sun compressed to a white dwarf



(a)

spacetime around the Sun compressed to a black hole



(b)

Større og større
forhold mellem
radius og omkreds:
 $C < 2\pi R$

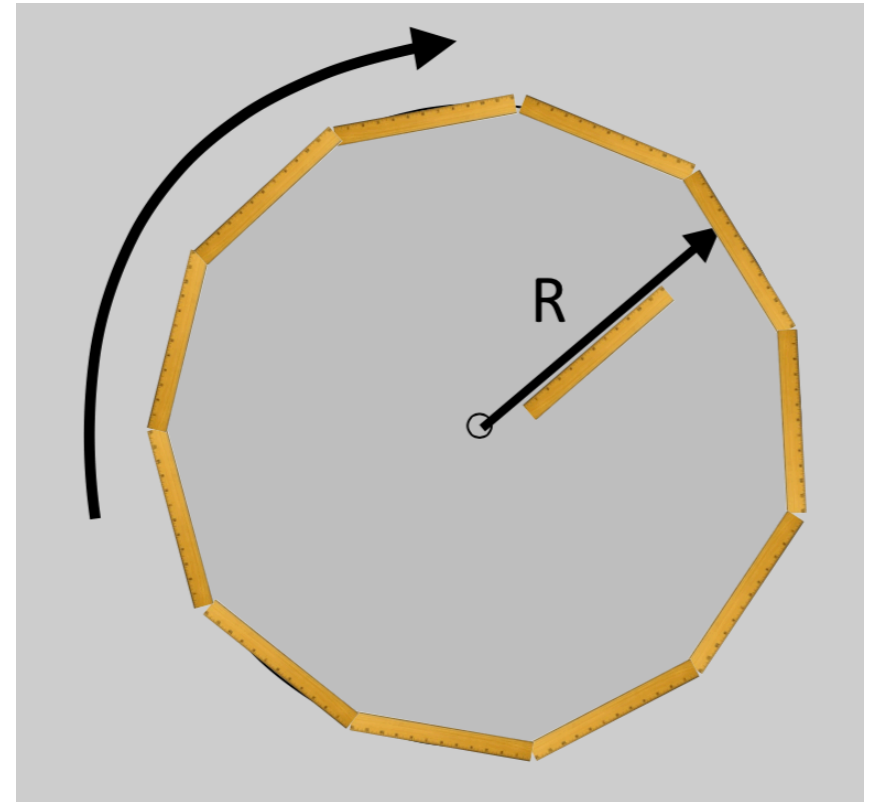
Sort hul: udendelig dyb: $C/R = \infty$

Krumning i den specielle relativitetsteori

Karrusel:

- Længdeforkortning langs omkreds
 - parallel med hastigheden
- Ingen længdeforkortning langs radius
 - vinkelret på hastigheden
- Altså:

$C < 2\pi R$
- Hvordan?
 - Ved bevægelsen med meget høje hastigheder skabes så stor energitæthed, at rummet krummer



Einsteins ligninger

$$G_{\alpha\beta} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\alpha\beta}$$

Geometri:
Rumtidens krumning

Nogle konstanter

Energi-impuls
tæthed

$\alpha, \beta = 1, 2, 3, 4$; Altså 16 koblede differentialligninger

Einsteins ligninger løses

- Einstein mente ikke ligningerne kunne løses eksakt
 - Og undervurderede groft kraften af sin egen teori
- MEN... få måneder senere, brev fra Schwartzschild
 - Første **eksakte løsning** af Einsteins ligninger
 - Løsninger uden for en kugleformet massefordeling



Klassisk undvigelseshastighed:

- Bevægelsesenergi præcis lig med bindingsenergi
 - Legeme vil fortsætte ud til udendelig

$$v_{\text{esc}} = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$$

- Vend problemet rundt: Hvor lille skal r være for at $v_{\text{esc}} = c$

Schwartzschild radius

$$R_s = \frac{2GM}{c^2}$$

Genopstår i relativitetsteorien
Magisk radius...

Jorden: 8 mm; Solen 3 km

Schwartzschild radius af sort hul

- Schwartzschild radius:

$$R_s = \frac{2GM}{c^2}$$

- Husk gravitationel tidsforkortning:

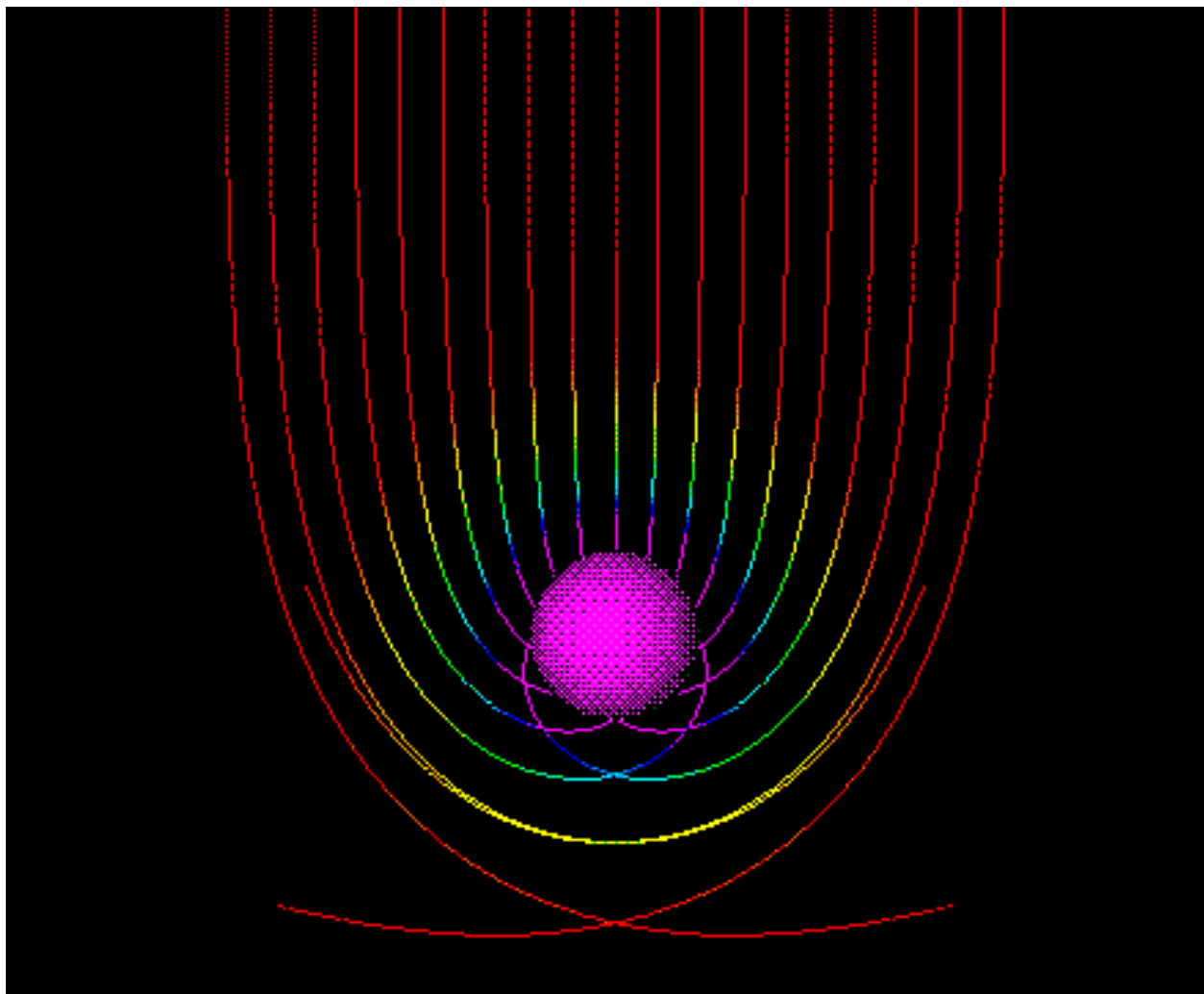
$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \frac{2GM}{Rc^2}}}$$

- Set udefra står tiden stille ved R_s

- Schwartzschild radius = begivenhedshorisont

1. Intet signal kan krydse indefra ud forbi begivenhedshorisonten
2. Man kan ikke opholde sig stationært inden for horisonten
3. Man drages ind mod singulariteten i midten
 - Rummet “falder” hurtigere end lyshastigheden
 - Man må følge med...

Gravitationel afbøjning af lys omkring et sort hul

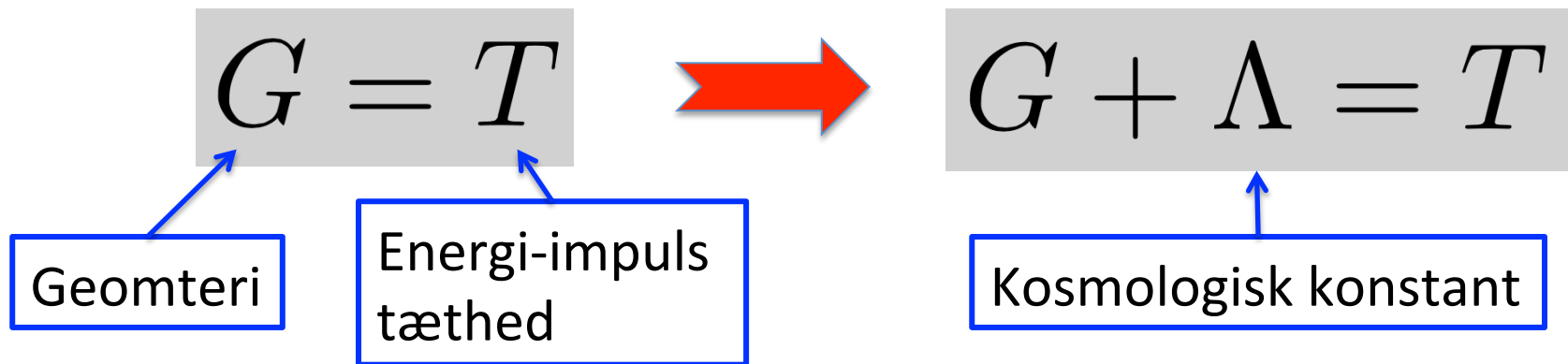


Sort hul (computersimulering)



Einsteins ligninger og Universet

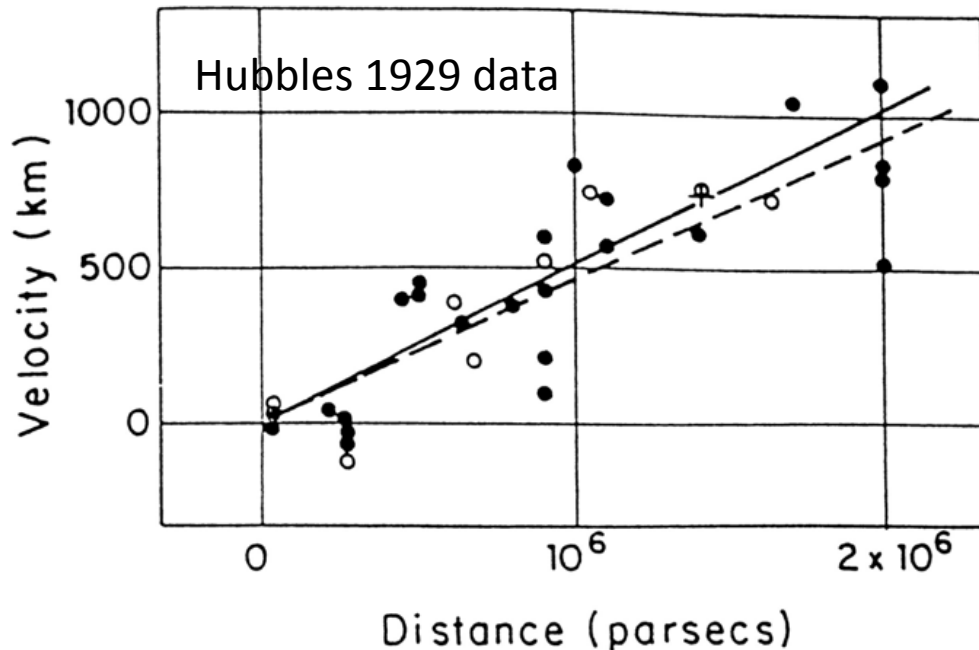
- Schwartzschilds løsninger af Einsteins ligninger anvendt på Universet
 - Problem: Universet forudsiges at være ustabil; Udvikler sig i tiden.
 - Men i 1917 mente man at universitet var et fredeligt sted: **Statisk!**
 - Einstein modificerer sine ligninger



- Λ kan justeres så universet er statisk – freden genoprettet... Pyha
- Einstein senere: *"Den største brøler i mit liv"*

Hubble: Universet udvider sig

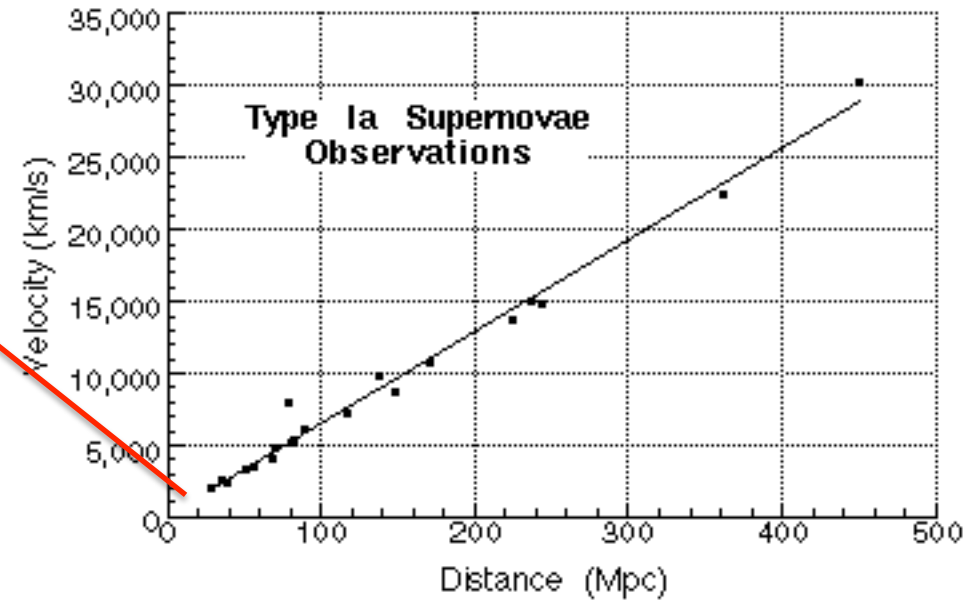
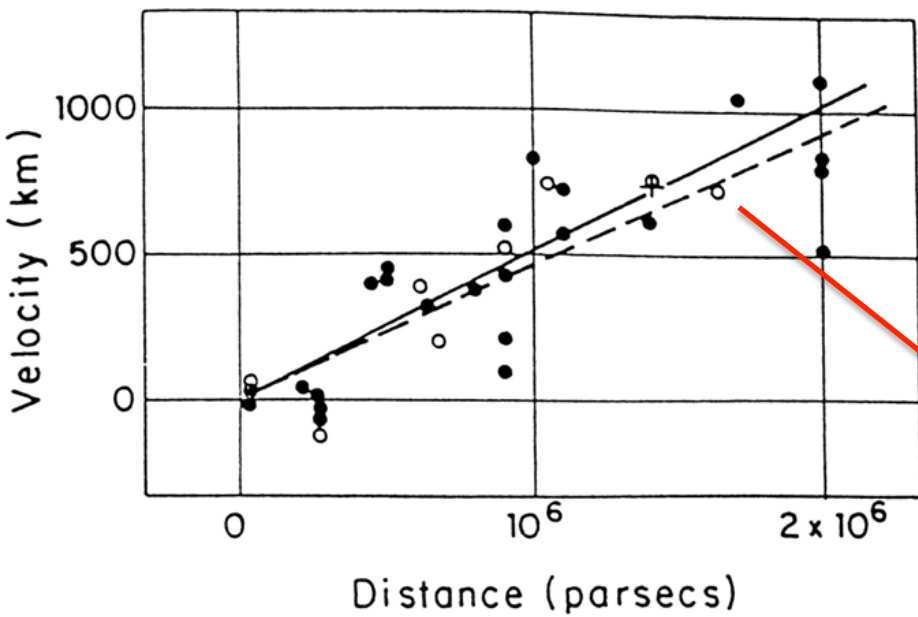
- **Afstand:** Lysstyrke af himmelobjekt med kendt lysstyrke
- **Hastighed:** Doppler-forskydning



Lineær sammenhæng mellem afstand og hastighed

Einstein: "Ups, Universet ikke statisk; ingen brug for kosmologisk konstant..."

Hubble-udvidelse -- moderne data



Hubble-udvidelse

Samtlige afstande vokser (lineært) med tiden:
Hele Universet udvider sig!!!

$$v = r H$$

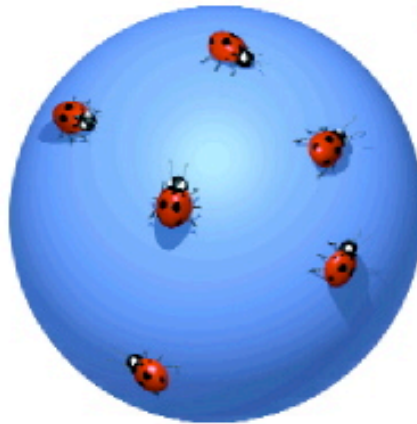
hastighed

afstand

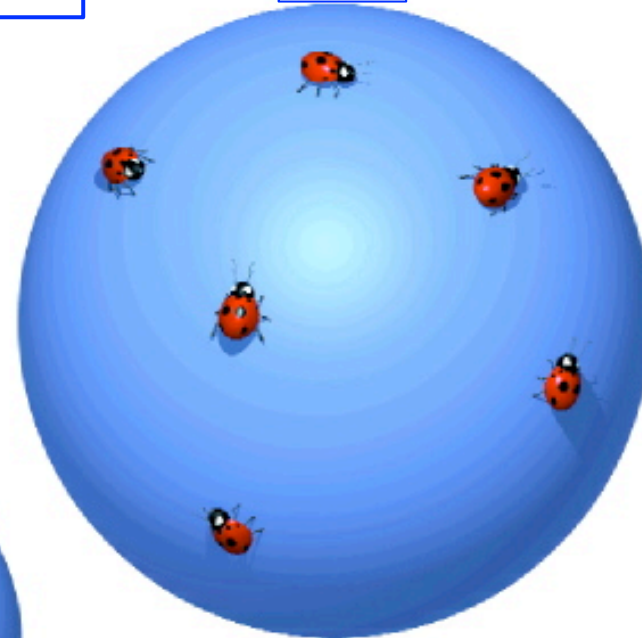
Hubbles konstant



tid 1



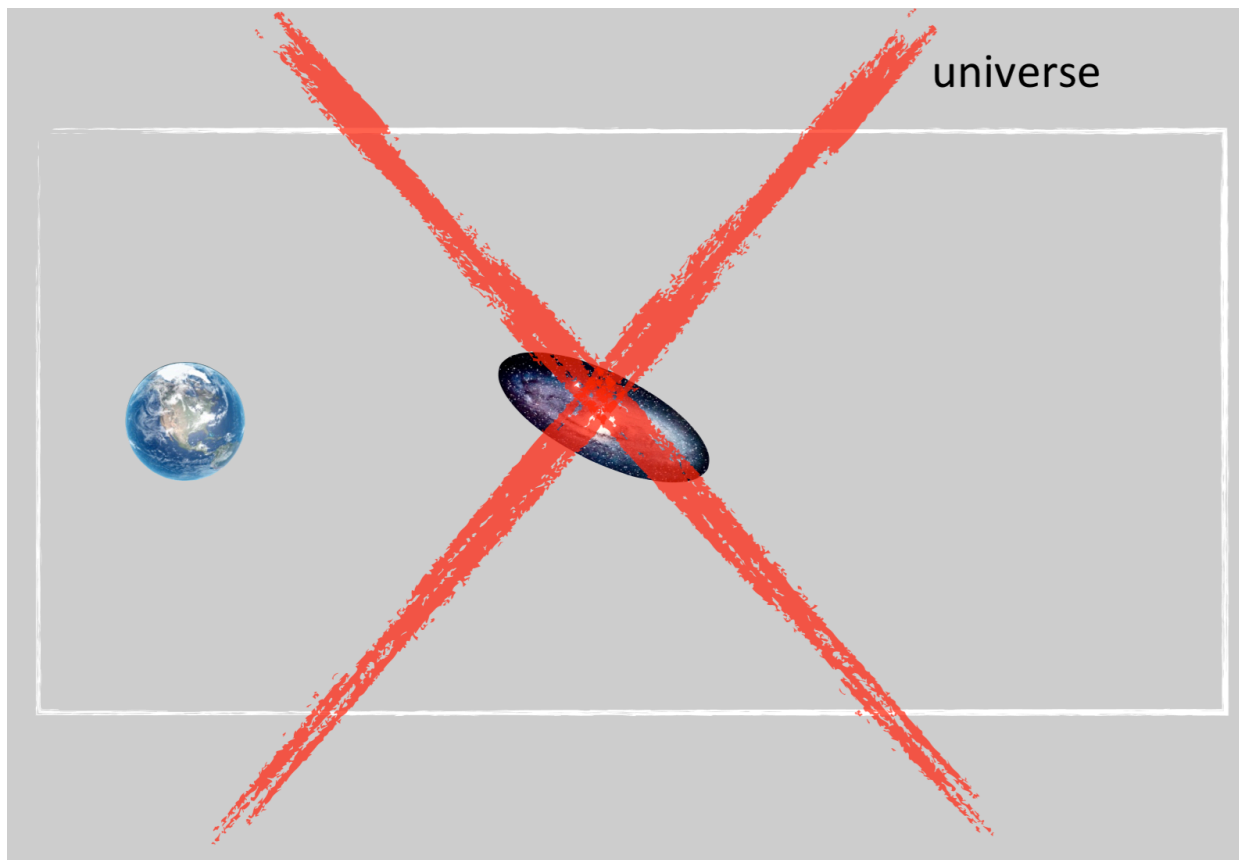
tid 2



tid 4

Åh jo, så var Hubble jo også den første til at påvise, at der var galakser andre end Mælkevejen.
Universet er større end vores galakse!

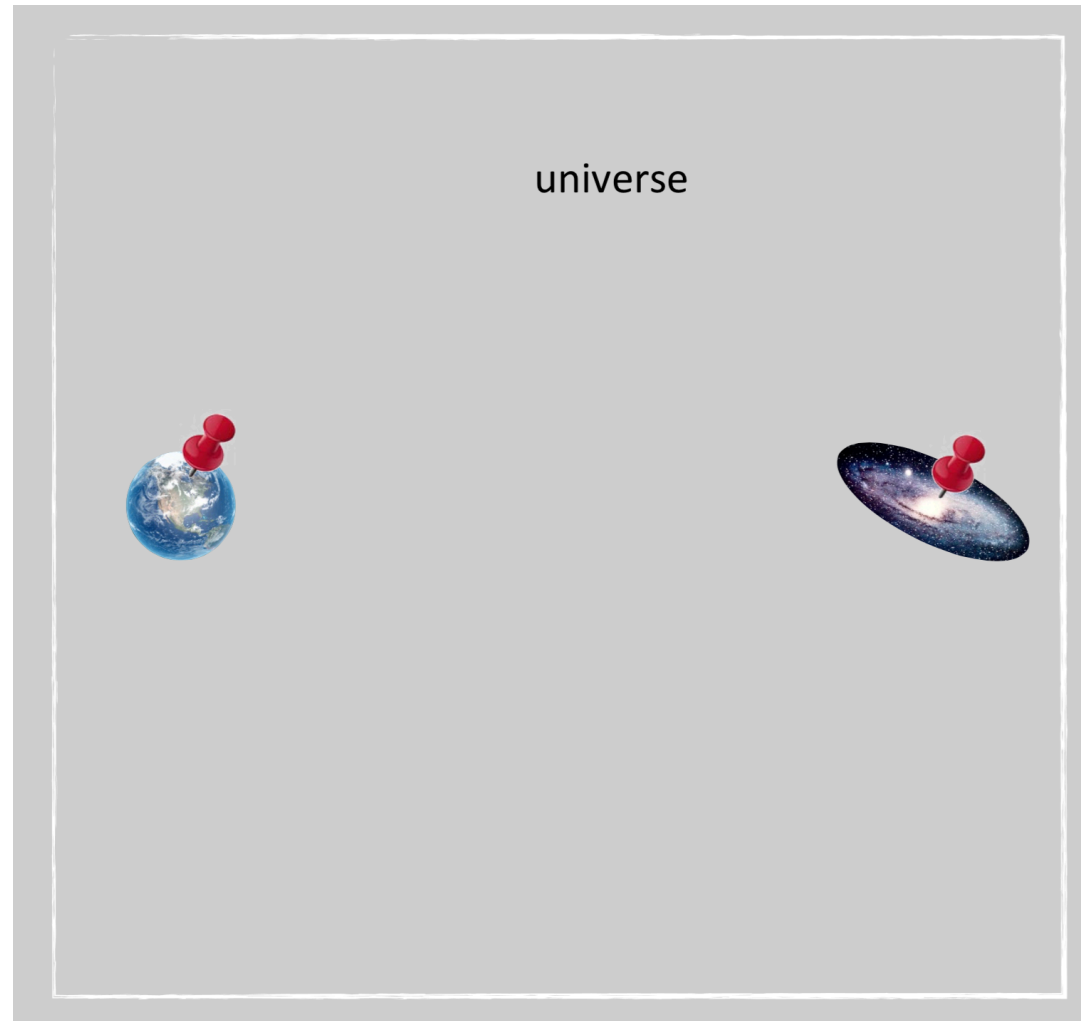
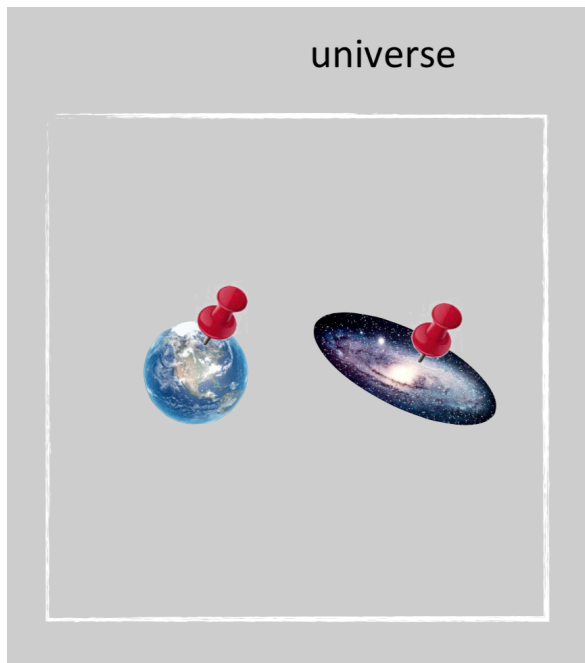
Hubble-udvidelse - Hvad er det der udvider sig?



Forkert billede:

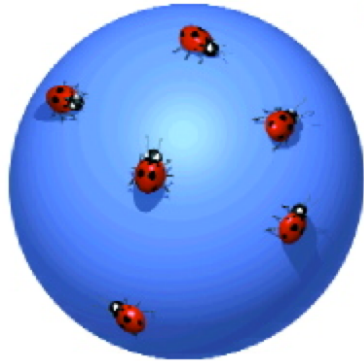
Det er ikke galakserne, der bevæger sig gennem rummet væk fra os og hinanden

Universet (rummet) i sig selv udvider sig



Rummet strækkes

Universets historie - Big Bang



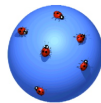
Men hvis Universet stedse udvider sig, så har det engang været meget lille...

- Måske endda uendelig lille => **Big Bang**
- Rummet og tiden blev født i Big Bang(?)

mindre



mindre



mindre

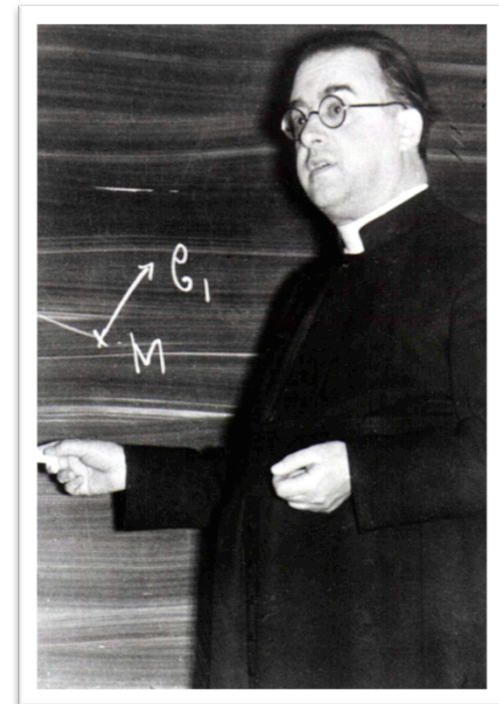


indtil...

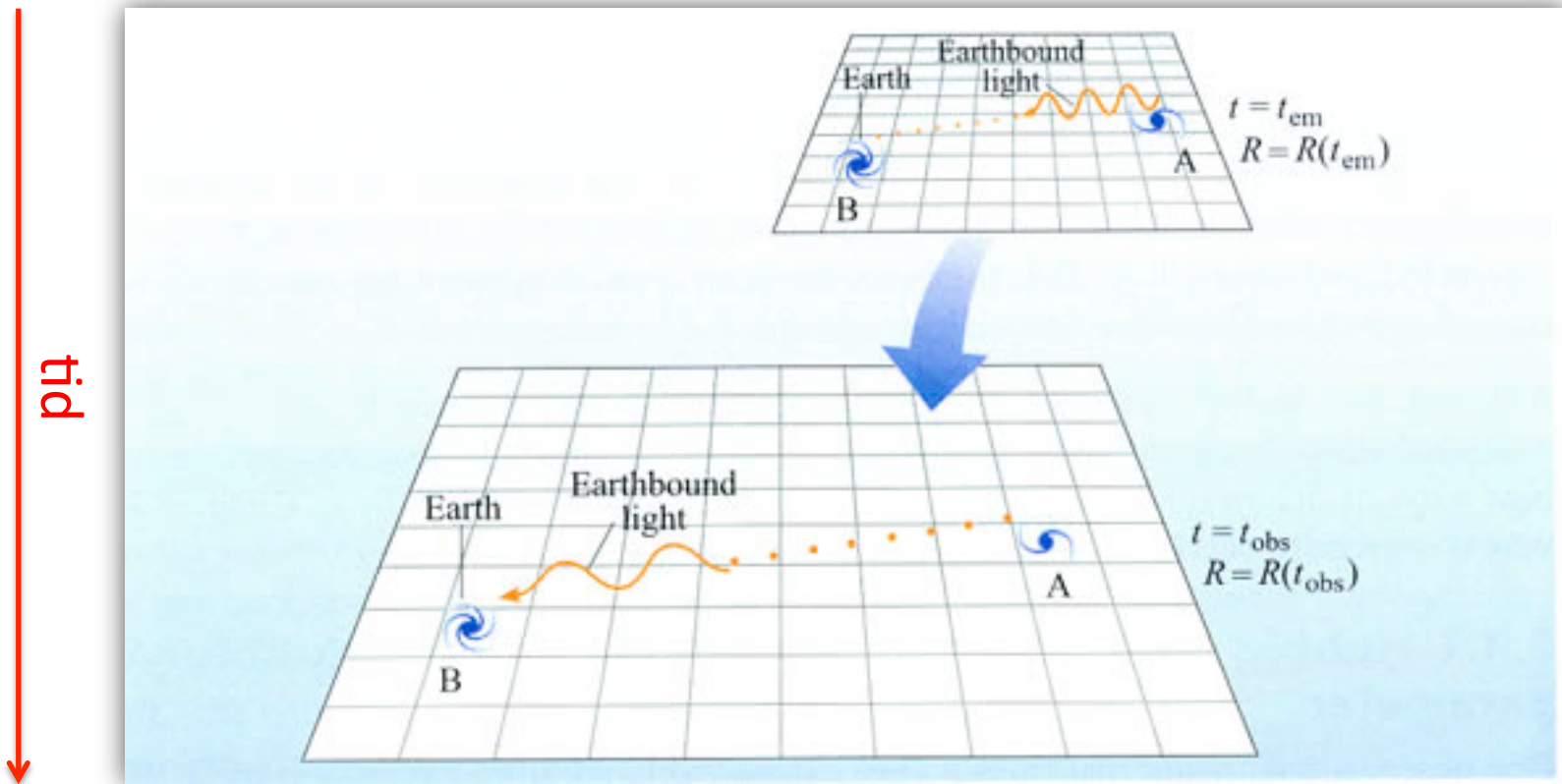


George Lemaître:

- ✓ 1927: Forudsagde med basis i Einsteins, at rummet udvider sig
 - før Hubble eftervisning
- ✓ Faderen til Big Bang teorien
- ✓ Forøvrigt også belgisk katolsk præst
 - “skabelsesberetning”



Universets udvidelse



Universets længdeskala, $R(t)$. varierer (vokser) som funktion af tiden

$\Lambda > 0$

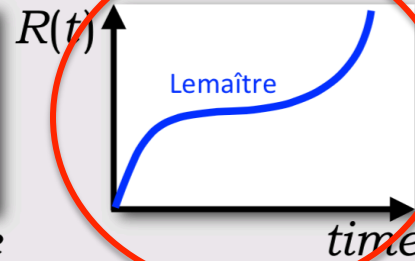
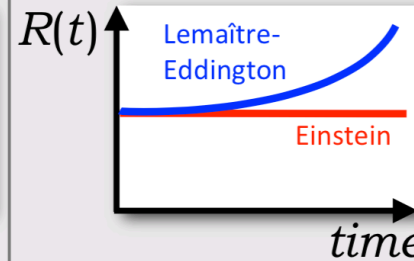
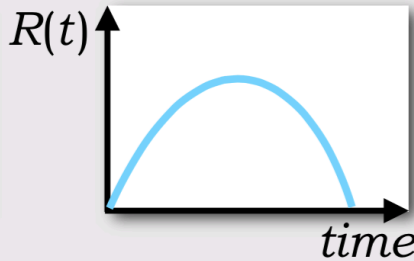
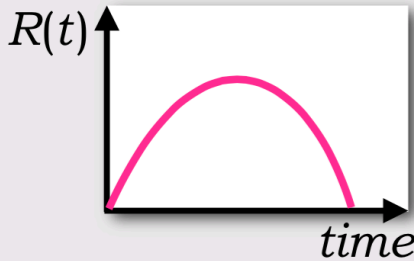
$\Lambda < 0$

$\Lambda = 0$

$\Lambda = \Lambda_E$

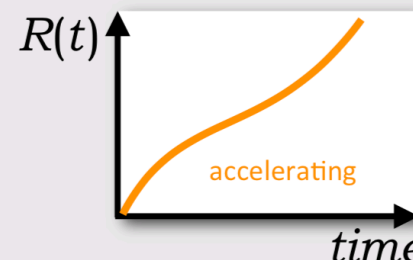
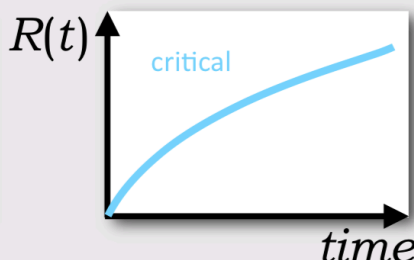
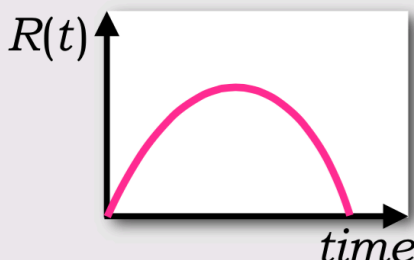
$\Lambda > \Lambda_E$

$k = +1$

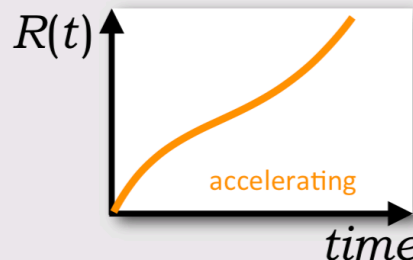
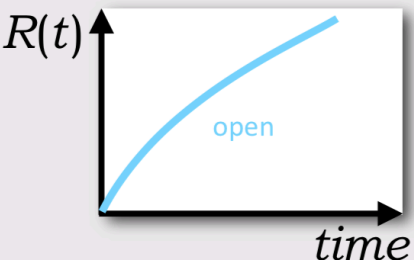
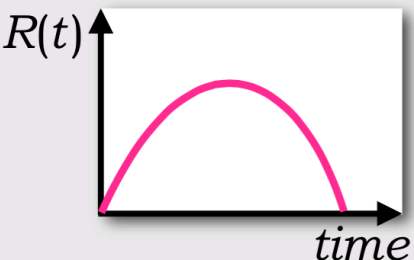


Vort

$k = 0$



$k = -1$



Et par ord om relativitetsteorie og kvantemekanik

- Den **almene relativitetsteori** er den moderne teori for gravitation
 - Beskræftiger sig med det helt store
- **Kvantemekanikken** udgør den anden pille i den moderne fysik
 - Beskæftiger sig med det helt lille
- Efter 80 års anstrengelser er det endnu ikke lykkedes at forene de to teorier
 - Vi har altså **ingen kvantegravitation**
- Singulariteterne i relativitetsteorien forekommer ved forsvindende afstande; altså kommer man ikke udenom kvanteeffekter
 - Hvordan disse påvirker **sorte huller** og **Big Bang** er endnu uvist

Overordnet opsummering

Aristoteles: der findes absolut rum og absolut tid. Der er en absolut forskel på bevægelse og hvile.

Galileo-Newton: der findes absolut rum og absolut tid. Bevægelse og hvile er relativ til en iagttager. Fysikkens mekaniske love er de samme for alle iagttagere i jævn bevægelse. Acceleration er absolut

Einstein (Speciel relativitetsteori): rum og tid er relativ til en iagttager. Alle fysikkens love er de samme for enhver iagttager i jævn bevægelse. Rumtiden er en fast og flad baggrund.

Einstein (Almen relativitetsteori):

- Enhver form for bevægelse har en forenet beskrivelse inklusive accelererede bevægelser
- Gravitation og acceleration er forenede og afhænger af iagttageren
- Rumtiden er ikke længere en fast baggrund. Rumtiden og stof vekselvirker med hinanden og påvirker hinanden

$$G_{\alpha\beta} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\alpha\beta}$$

Beskriver krumningen af rumtiden

Masse-energi-tætheden af stof