



Relativitetsteori (iv)

Einstein roder rundt med rum og tid

Mogens Dam
Niels Bohr Institutet

Før-Newton'sk (Aristoteles):

- Tings naturlige tilstand er **hvile**
- **Bevægelse** er resultat af en **kraft**

Newtons mekanik (i)

- Tings naturlige tilstand er **jævn bevægelse**
- **Acceleration** er resultat af en **kraft**
- Den naturlige scene for fysikken er **inertialsystemer**
 - I inertialsystemer tager mekanikkens lovmæssigheder deres simpleste form: **Newtons love**

Newtons 1. lov: Et legeme, som ikke påvirkes af nogen kraft, bevæger sig med konstant hastighed

$$\vec{F} = \vec{0} \quad \Rightarrow \quad \vec{u} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \text{konstant}, \quad (1.1)$$

hvor \vec{r} er legemets stedvektor.

Newtons 2. lov: Et legemes acceleration, $\vec{a} = d\vec{u}/dt$, er proportional med kraften, \vec{F} , der virker på legemet,

$$\vec{F} = m \frac{d\vec{u}}{dt}, \quad (1.2)$$

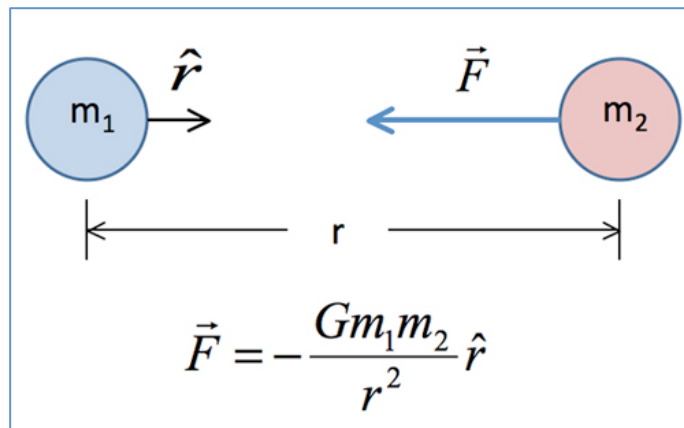
hvor proportionalitetskonstanten m er legemets inertielle masse.

Newtons 3. lov: Hvis et legeme A påvirker et legeme B med en kraft \vec{F}_{AB} , så vil B påvirke A med kraften \vec{F}_{BA} , som er modsatrettet og af samme styrke:

$$\vec{F}_{BA} = -\vec{F}_{AB}. \quad (1.3)$$

Newtons mekanik (ii)

- Newtons love er ækvivalent med bevarelsessætninger (samme værdi af før/efter vekselvirkning/sammenstød):
 - Massebevarelse
 - Impulsbevarelse
 - Bevarelse af kinetisk energi (elastiske sammenstød)
- Forening af jordisk og himmelsk tyngdekraft



- Samme absolutte (universelle) tid for enhver iagttagere

Einsteins specielle relativitetsteori

Forudsætninger

1. Alle fysiske love har samme form i ethvert inertialsystem
2. Samme lyshastighed for enhver inertiel iagttager

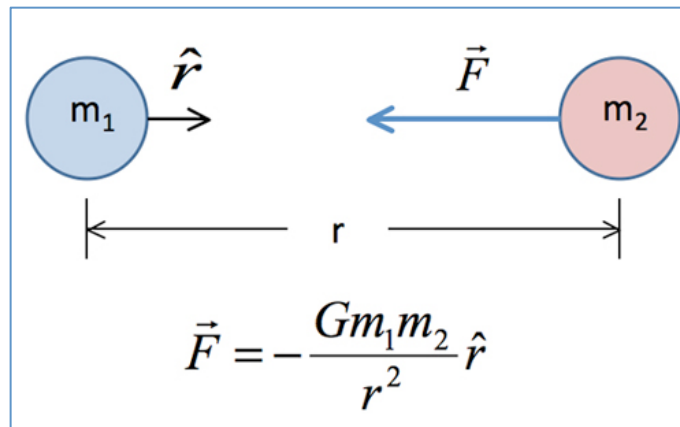
Kort sagt: **Alle inertialsystemer er ligeværdige**

Konsekvenser:

- Lyshastigheden er øvre hastighed for udbredelsen af ethvert signal
- Ingen absolut tid – enhver iagttager har sin egen tid
- Rum og tid er intimt sammeknyttede: **Rumtid**
- Masse er en manifestation af energi: $E=mc^2$
- Bevarede størrelser ved enhver vekselvirkninger/sammestød:
 - Impuls $p = \gamma mv$
 - Totalenergi $E = \gamma mc^2$

Speciel relativitetsteori og tyngdekraften

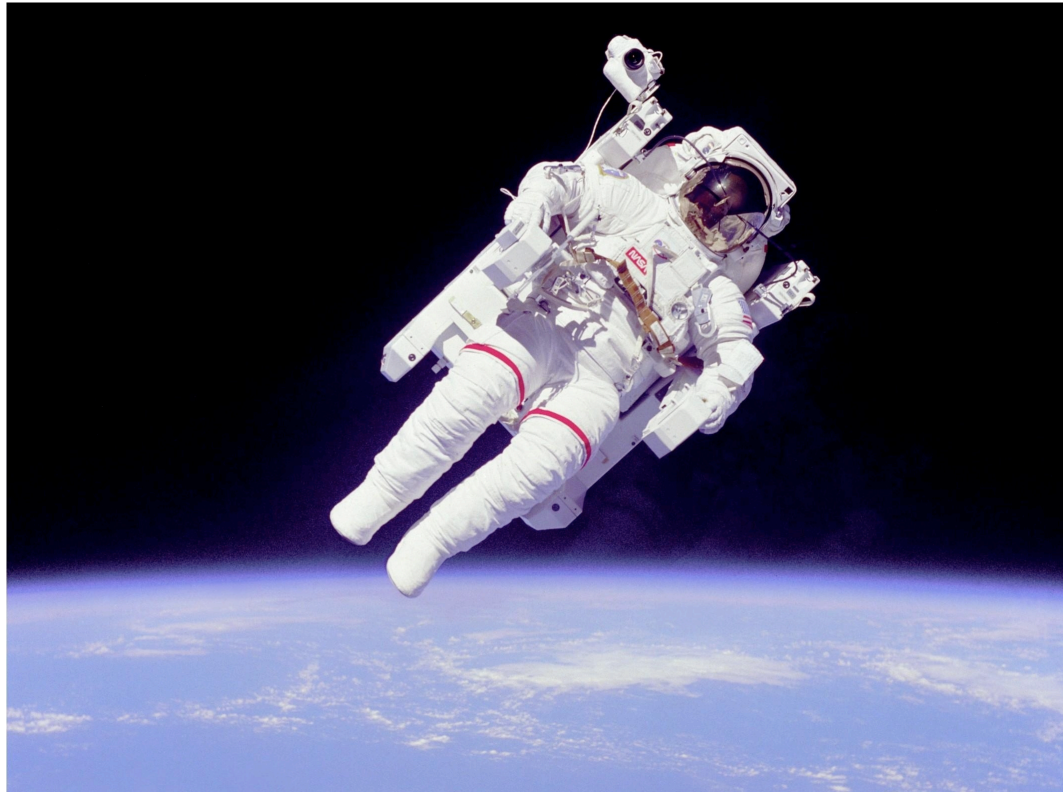
- Ifølge Newton har tyngdekraften formen



- Kraften udbredes momentant mellem de to legemer
- Modstrid med Einsteins øvre grænse for signalhastigheder!
- Hvordan forene Newton og Einstein?

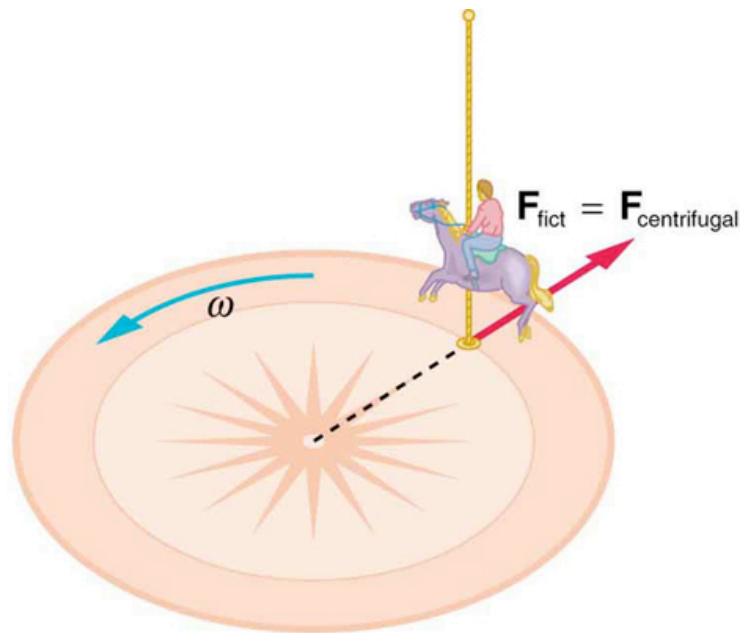
Speciel relativitetsteori og inertialsystemer

- Einsteins specielle relativitetsteori gælder kun i inertialsystemer. Og kun i områder uden tyngdekraft.
 - For eksempel her:



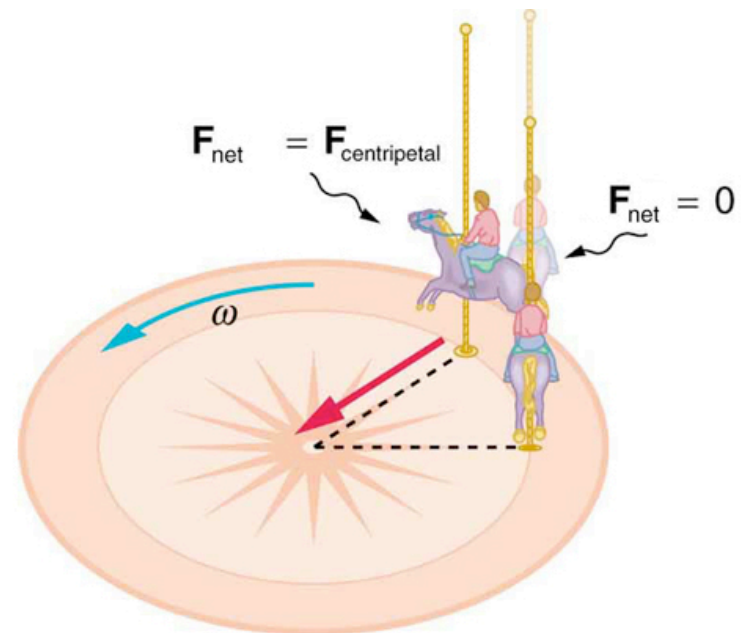
Ikke-inertialsystemer – fiktive kræfter (i)

- I et **roterende referencesystem** vil man opleve en udadrettet **centrifugalkraft**
- Hvis samme problem betragtes fra et **inertialsystem**, er der en indadrettet **centripetalkraft**



Merry-go-round's rotating frame of reference

(a)

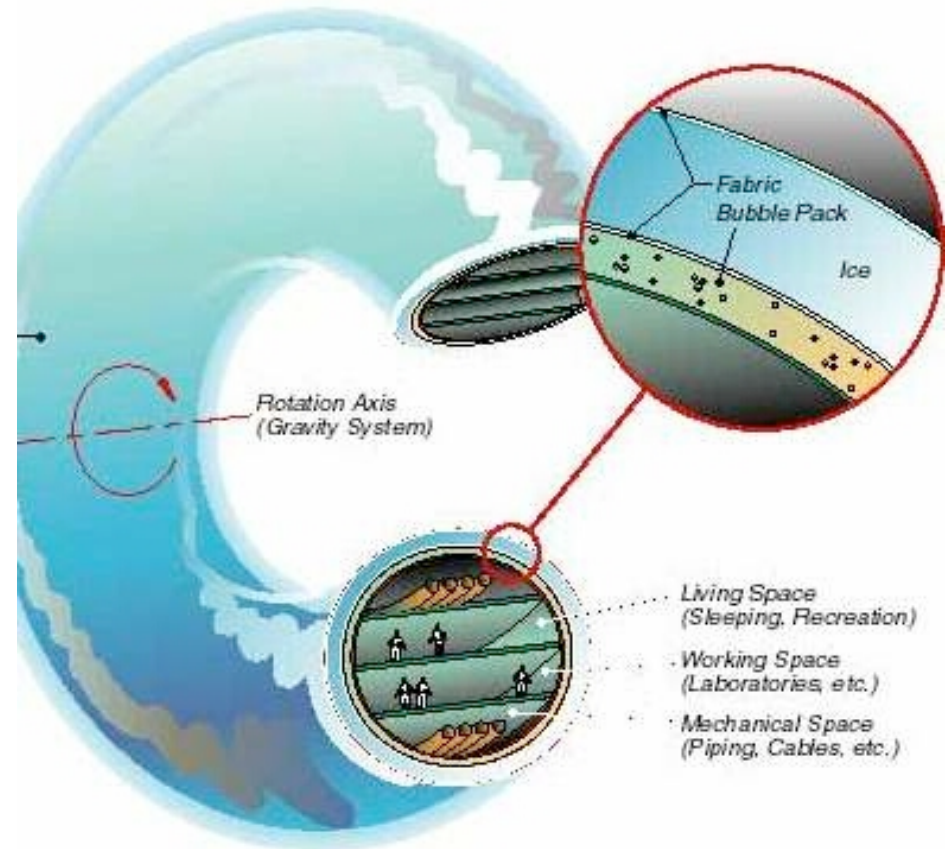
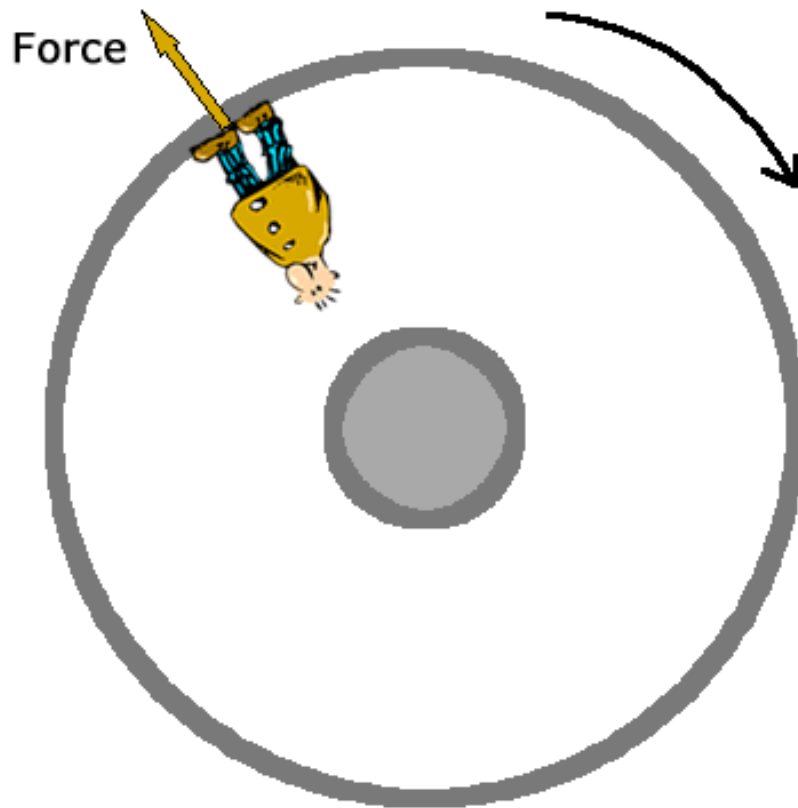


Inertial frame of reference

(b)

Ikke-inertialsystemer – fiktive kræfter (ii)

- Kunstig tyngdekraft i roterende rumstation:



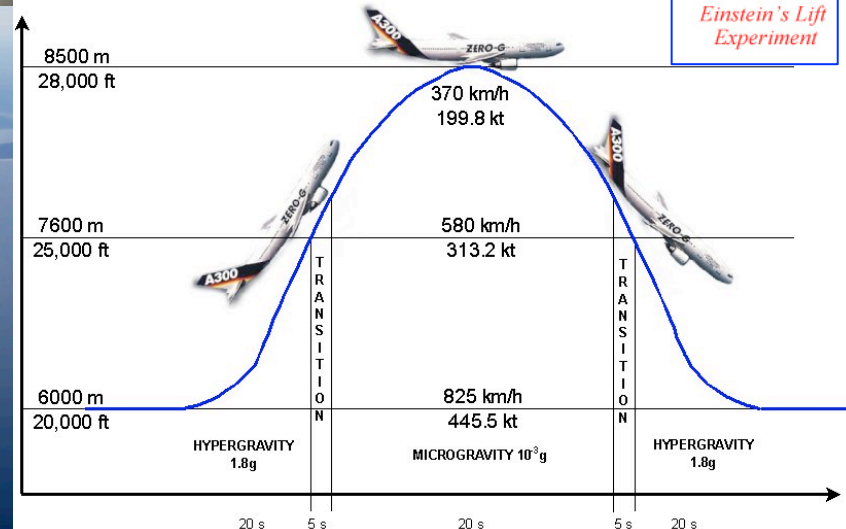
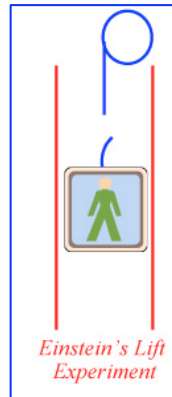
Ikke-inertialsystemer – fiktive kræfter (ii)



Vi kan “kunstigt” skaffe os af med tyngdekraften:

Referencesystem i frit fald!

- Faldende fly
- Faldende elevator (uha)



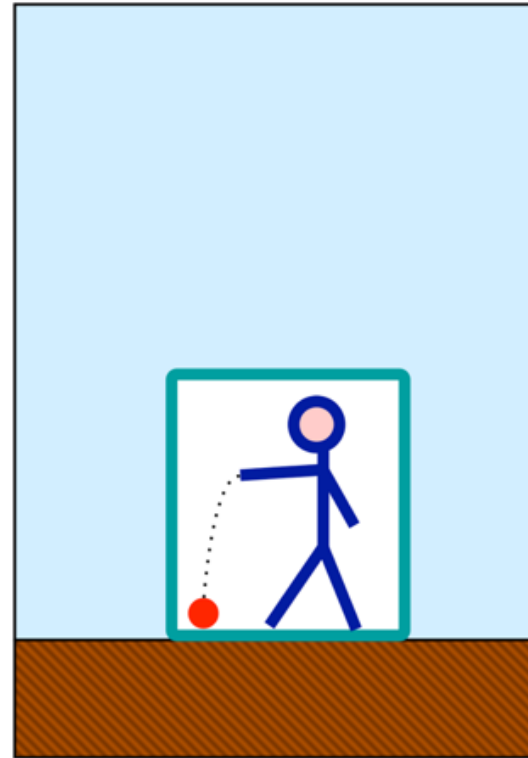
Einsteins ækvivalensprincip

Einstein (1907):
“The happiest
thought of my
life”



Acceleration

=

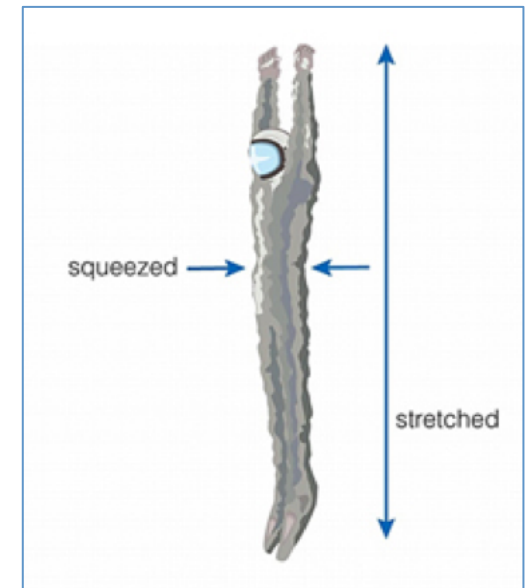
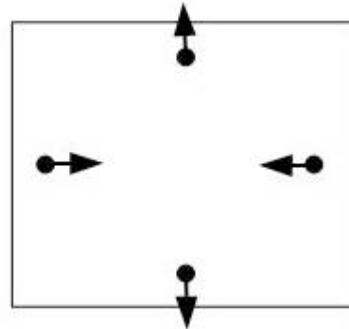
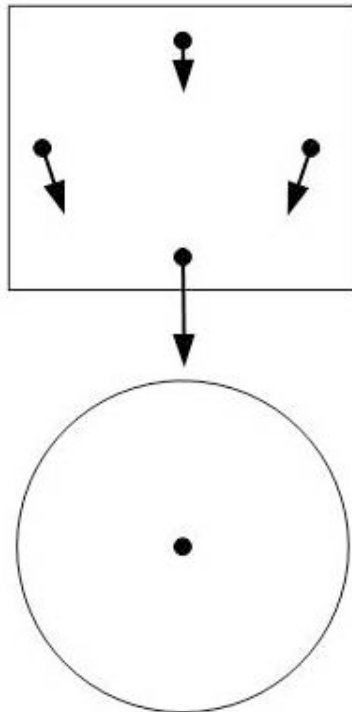


Gravitation

- lagttageren vil ikke kunne skelne mellem de to situationer (hvis der ikke er vinduer i raketten)

Tidevandskræfter

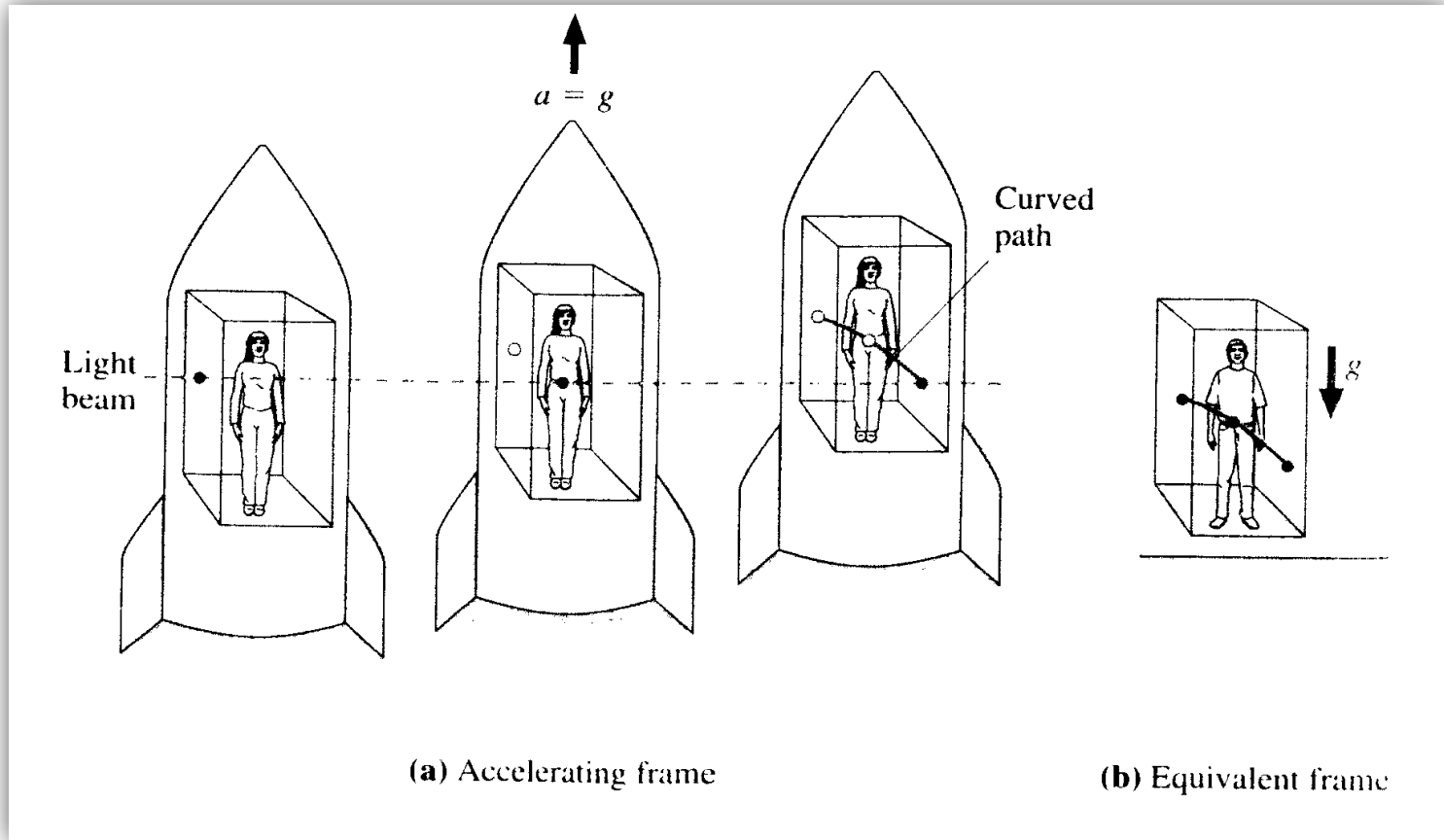
- I praksis udstrækker ækvivalensprincippet sig over begrænsede områder i tid of rum.
 - Integreret op over store afstande/tidsrum vil man se, at ikke alt falder parallelt og med samme hastighed: **“Spaghettification”**



Inertialsystemer og gravitation

- Der er ingen måde, ved en lokal måling, at skelne mellem et inertialsystem og et system i frit fald; fx en faldende elevator.
 - ✓ Ethvert frit-falds-system er et inertialsystem!
 - ✓ Benytter vi frit-falds-systemer, kan vi også bruge Einsteins specielle relativitetsteori ved jorden og overalt i Universet i nærheden af tunge himmellegemer.
- Er vi blevet af med gravitation?
 - Man kunne konkludere, at gravitation skyldes, at vi normalt benytter et “forkert” koordinatsystem. Parallel:
 - I ikke-roterende system: ingen centrifugalkraft
 - I frit-falds-system: ingen gravitation
- Men gravitation er ikke helt forsvundet...

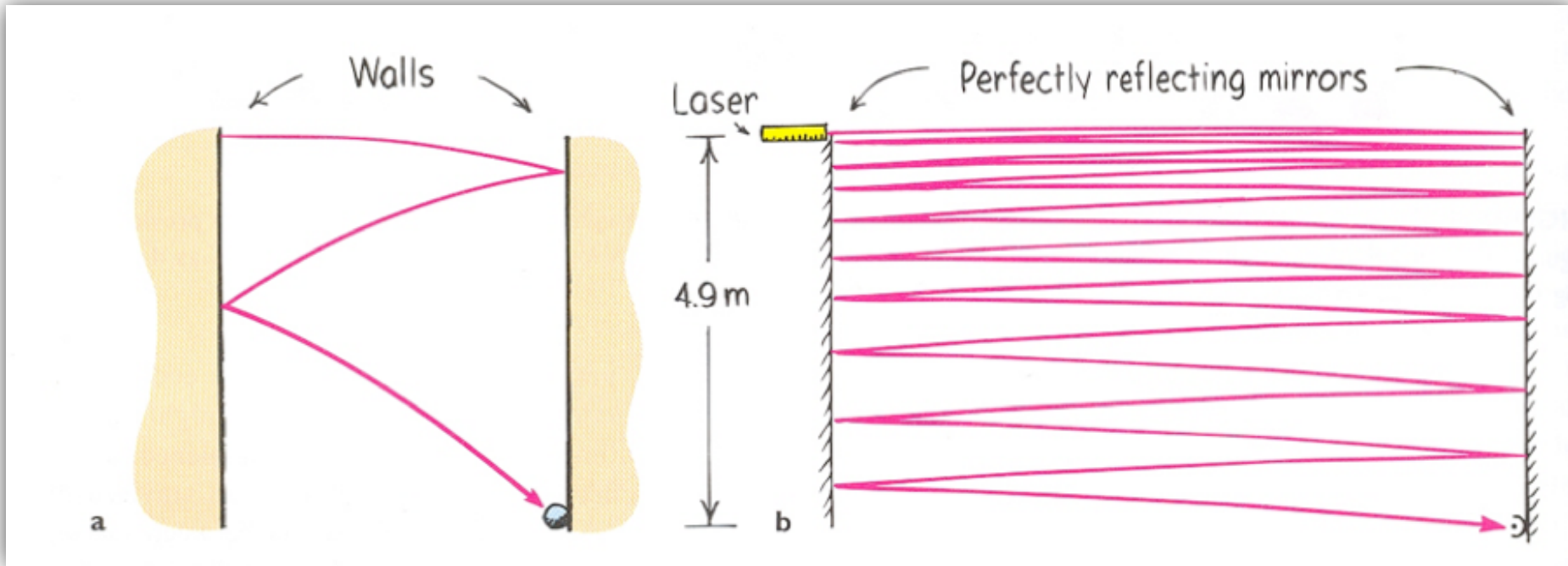
Ækvivalensprincippet: Lys afbøjes i et tyngdefelt



Lys bevæger sig på en krum bane i accelereret system.

Ækvivalensprincippet (acceleration = gravitation): **Lys vil afbøjes i et tyngdefelt**

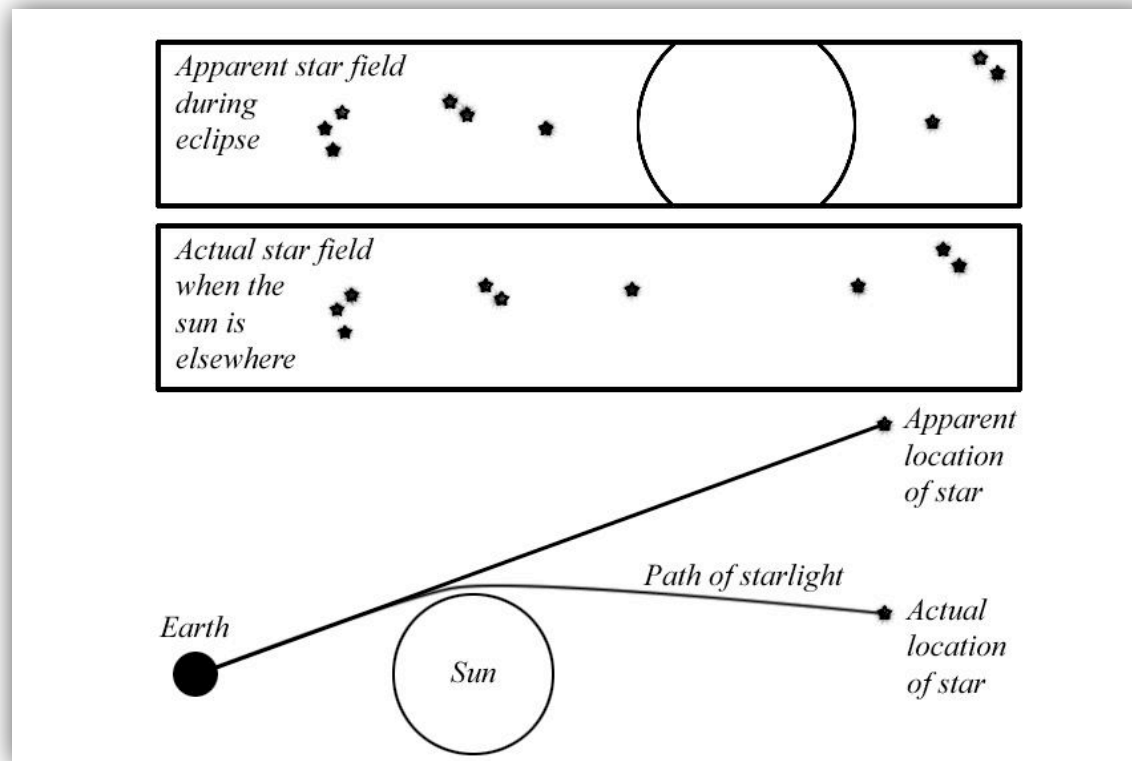
Galilei++: Alt falder ens



- Referencesystem på jordoverfladen er ækvivalent med system, der accelereres opad med 9.8 m/s^2
- I faldende inertialsystem (frit-fald-system) bevæger alt sig retlinjet
- Det, at ting falder, skyldes vort referencesystems opadrettede acceleration
- Dermed falder alt (inklusive lys!) med samme tyngdeacceleration

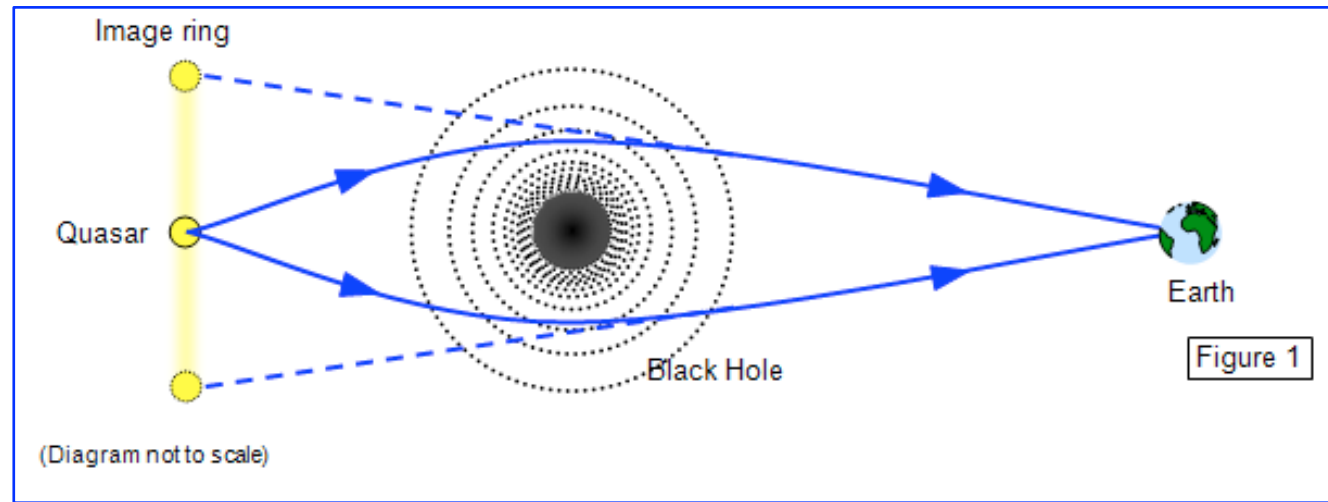
Afbøjning af lys: Eksperimentel verifikation

- Einstein forudsiger i 1911 afbøjning på $0.83''$ (bue-sekunder)
- Reviderer forudsigelsen i 1914 med faktor to til $1.7''$
- Eddington måler i 1919 ved solformørkelse på øen Principe en afbøjning på $1.7''$

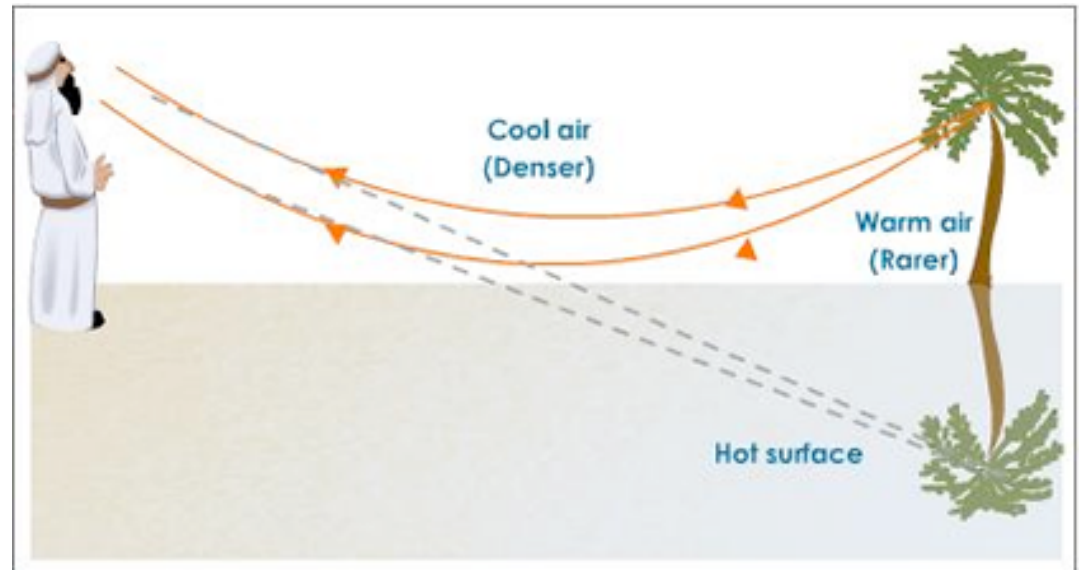


Gravitationel linseeffekt

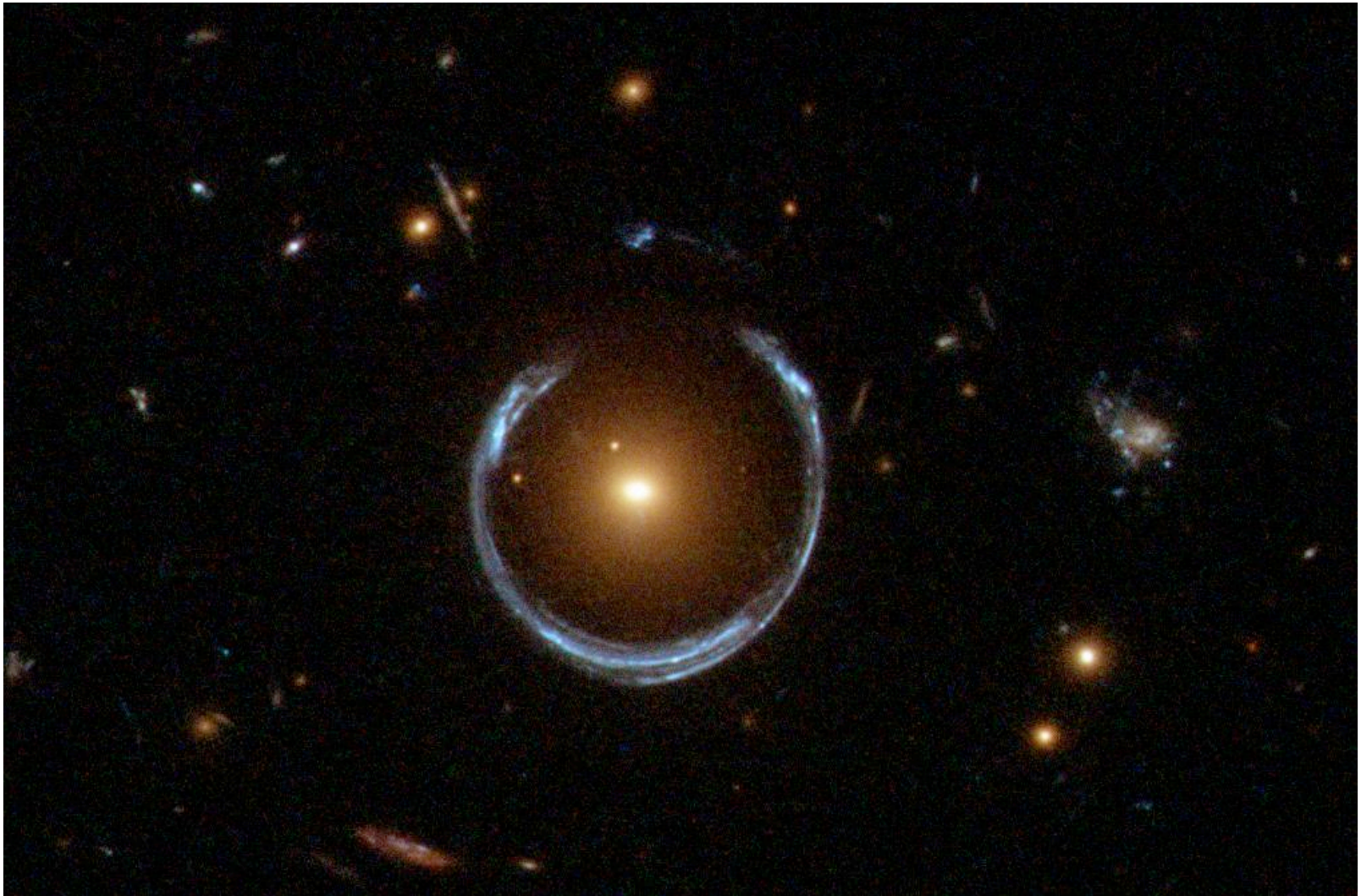
Ser tiltider to (eller flere) billeder af samme stjerne på himlen



Tildels parallel til det, vi kender som luftspejlinger

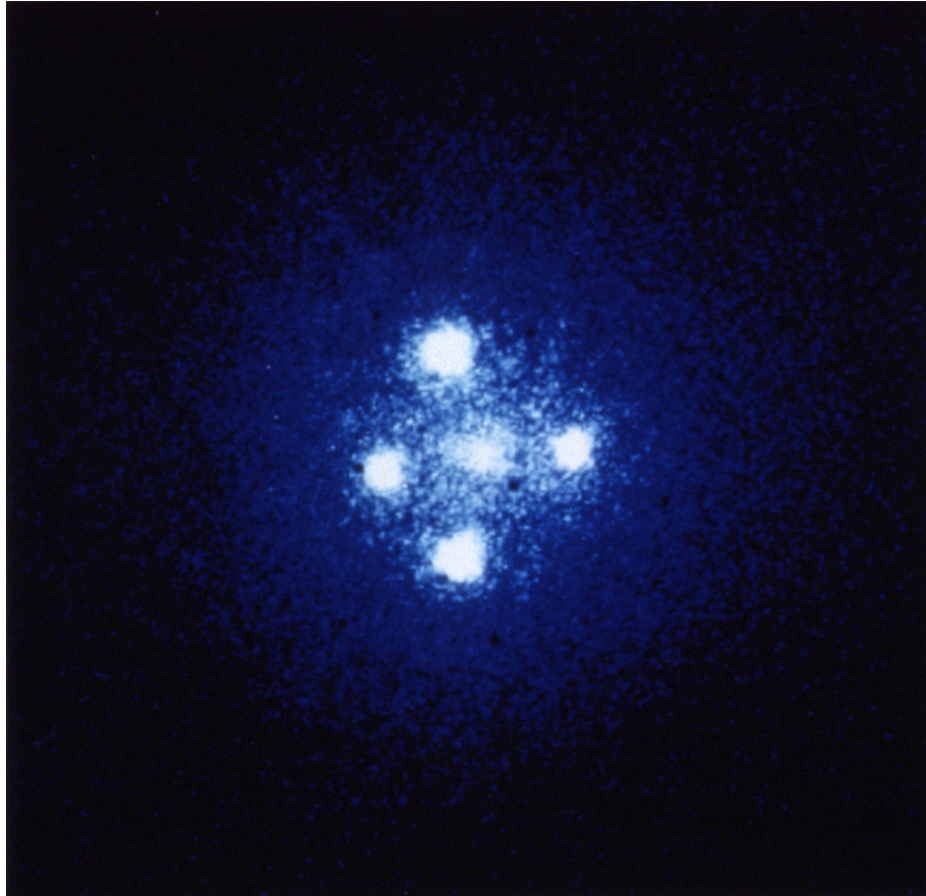


Gravitationel linseeffekt - Mønstreksempler



Billede af bagvedliggende blå gallakse fuldstændig forvrænget af foranliggende tung, gul gallakse

Gravitationel linseeffekt - Mønstereksempler

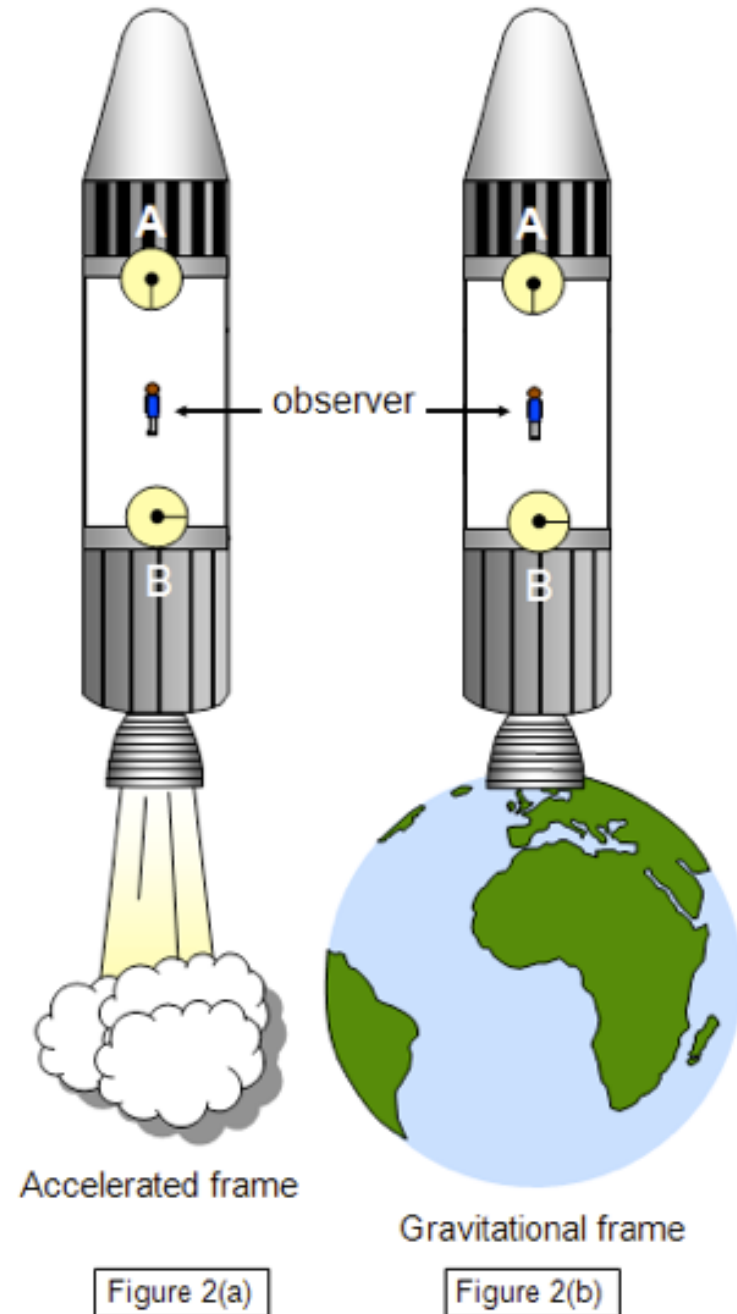


“Einstein Cross”: Samme stjerne ses fire gange på himlen p.g.a. lensing fra foranliggende tungt objekt

Gravitationel tidsforlængelse

Iagttager midt mellem to **identiske** lamper, A og B, der blinker med samme frekvens:

- Jævn hastighed: Iagttager ser A og B blinke med samme frekvens;
- Accelereret bevægelse: Iagttager accelererer væk fra signalerne fra B, men hen mod signalerne fra A: Vil se **B blinke langsommere end A**.
- **Ækvivalensprincippet**: Ved jordoverfladen vil iagttager se B blinke langsommere end A.
- **Tiden går langsommere i B end i A!**



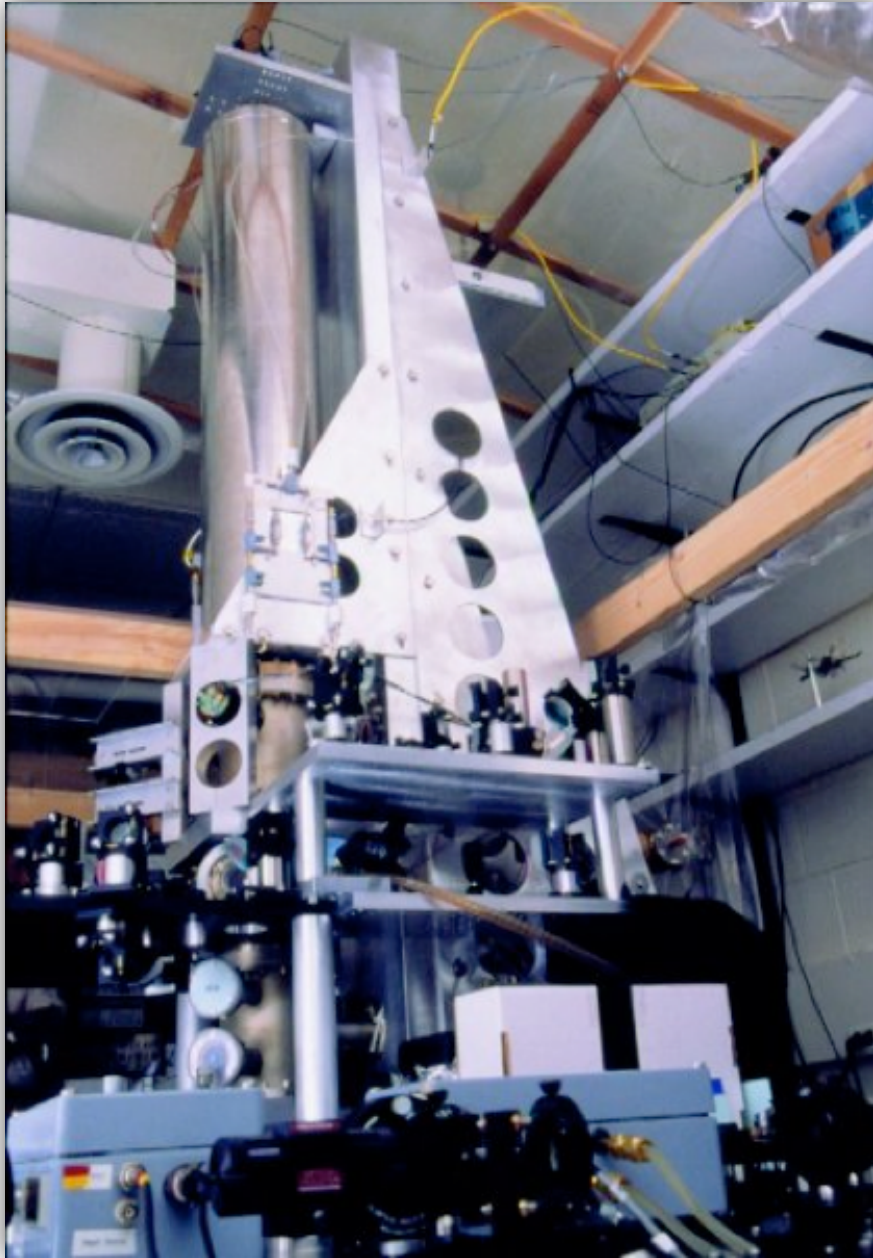
Gravitationel tidsforlængelse

- Betragter proces med varighed
 - T_0 set fra Jorden
 - T set fra et gravitationsfrit område (uendelig langt væk fra Jorden)

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \frac{2GM}{Rc^2}}}$$

- Vi ser umiddelbart, at $T > T_0$:
 - ✓ Størst varighed set fra det gravitationsfrie område.
 - ✓ Tiden går hurtigere i det gravitationsfrie område.
- For Jorden:
 - Radius: $R = 6371$ km
 - Masse: $M = 5.97 \times 10^{24}$ kg
 - Newtons Gravitationskonstant: $G = 6.67 \times 10^{-11}$ N m² kg⁻²
- Ved jordoverfladen: $T/T_0 = 1.0000000007$
 - Jordbaseret ur går langsomt med 22 msec pr år.

NIST, Boulder, Colorado 1650 m højde



Ur vinder 156 nano-sekunder
per døgn relativ til ur ved
havoverfladen

Gravitationel tidsforlængelse – en singularitet

- Vi betragter udtrykket

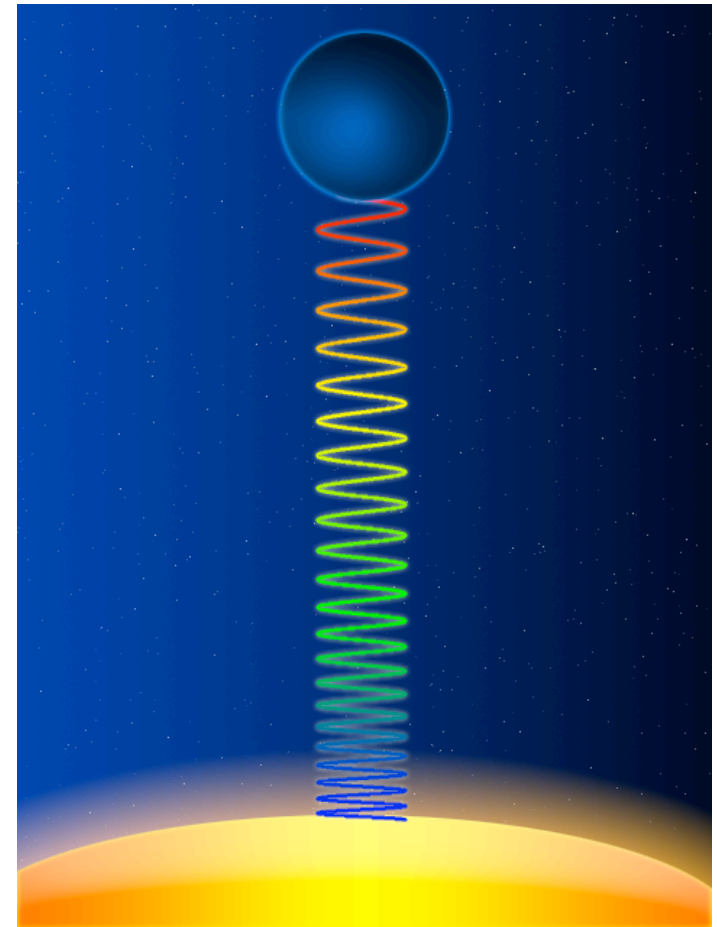
$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \frac{2GM}{Rc^2}}}$$

- For $\frac{2GM}{Rc^2} = 1$ dividerer vi med nul.

- For at T kan være endelig, må T_0 være nul: Tiden i gravitationsfeltet står stille set udefra
- For Jorden sker dette for $R_0 = 8.8 \text{ mm}$
- For Solen: $R_0 = 3 \text{ km}$
- For det sorte hul i centrum af Mælkevejen: $R_0 = 7.6 \times 10^6 \text{ km}$

Gravitationel tidsforlængelse: rødforskydning af lys

- Tiden går langsomt i stjernens (stærke) tyngdefelt:
- Lyset vil have en længere bølgelængde, λ , begravet udefra
- Altså lavere frekvens, ν
- Alternativt, kan man tænke, at lyset mister energi ved at kæmpe sig ud af stjernens tyngdefelt, idet nemlig ifølge kvantemekanikken



$$E = h \nu$$

Energy of the packet

Planck's constant

frequency (cycles per second) Hz