



# Relativitetsteori

*Einstein roder rundt med rum og tid*

Mogens Dam

Niels Bohr Institutet

[dam@nbi.dk](mailto:dam@nbi.dk)

[www.nbi.dk/~dam](http://www.nbi.dk/~dam)

UNF København  
21. marts, 2019

# Oversigt

- a. Relativitet – klassisk og speciel
- b. Tid, længde og samtidighed
- c. Rum + tid  $\rightarrow$  rumtid
- d. Relativistisk mekanik:  $E=mc^2$  og sådan noget
- e. Lidt om Den Generelle Relativitetsteori og tiden
  - GPS-systemet og relativitet

# Oversigt

- a. Relativitet – klassisk og speciel
- b. Tid, længde og samtidighed
- c. Rum + tid  $\rightarrow$  rumtid
- d. Relativistisk mekanik:  $E=mc^2$  og sådan noget
- e. Lidt om Den Generelle Relativitetsteori og tiden
  - GPS-systemet og relativitet

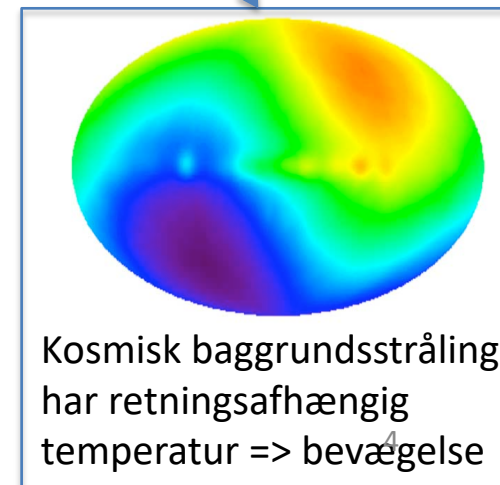
# Hvor hurtigt bevæger du dig netop nu?

- 0 m/s i forhold til din stol
- 400 m/s i forhold til Jordens centrum (rotation)
- 30.000 m/s i forhold til Solen (banebevægelse)
- 220.000 m/s i forhold til Mælkevejens centrum
- 630.000 m/s i forhold til den kosmiske baggrundsstråling



## I forhold til hvad?

- Dette er hoved-essensen i relativitetsteorien:
  - kun **relative** hastigheder har betydning
  - der findes **intet absolut referencesystem**
  - meningsløst at hævde, man er i (absolut) hvile



# Det Newtonske relativitetsprincip

Mekanikkens love gælder på samme form i ethvert inertialsystem

**Newtons 1. lov:** Et legeme, som ikke påvirkes af nogen kraft, bevæger sig med konstant hastighed

$$\vec{F} = \vec{0} \Rightarrow \vec{u} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \text{konstant}, \quad (1.1)$$

hvor  $\vec{r}$  er legemets stedvektor.

**Newtons 2. lov:** Et legemes acceleration,  $\vec{a} = d\vec{u}/dt$ , er proportional med kraften,  $\vec{F}$ , der virker på legemet,

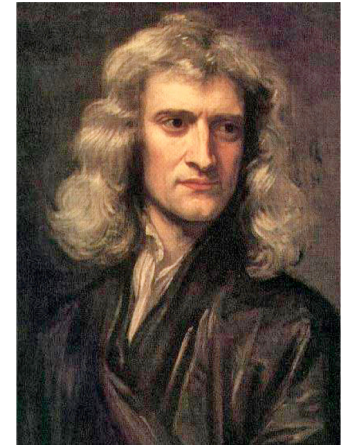
$$\vec{F} = m \frac{d\vec{u}}{dt}, \quad (1.2)$$

hvor proportionalitetskonstanten  $m$  er legemets inertielle masse.

**Newtons 3. lov:** Hvis et legeme A påvirker et legeme B med en kraft  $\vec{F}_{AB}$ , så vil B påvirke A med kraften  $\vec{F}_{BA}$ , som er modsatrettet og af samme styrke:

$$\vec{F}_{BA} = -\vec{F}_{AB}. \quad (1.3)$$

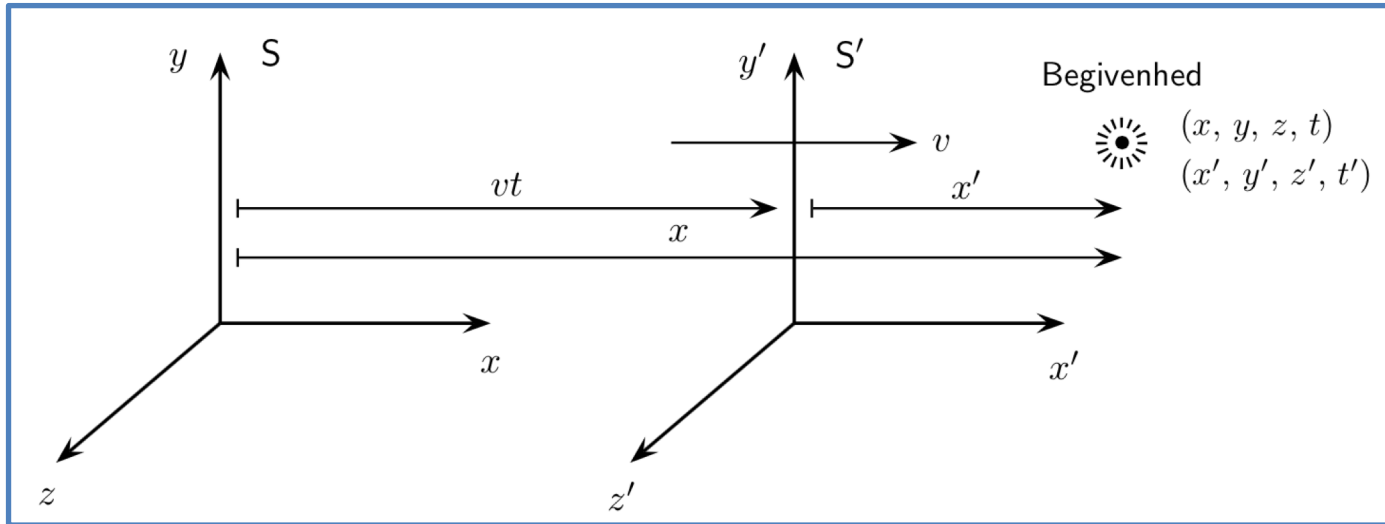
*N1: "Inertiens lov".  
Referencesystem,  
hvori N1 gælder:  
"Inertialsystem"*



**Relativitet:** - Gives intet *absolut rum* i forhold til hvilket bevægelse (hastighed) defineres.  
- Ethvert inertialsystem er ligeværdigt for *mekaniske fænomener*.  
- Ikke muligt at skelne mellem inertialsystemer via *mekaniske fænomener*.

# Galilei-transformationenen

To inertialsystemer i relativ bevægelse med hastighed  $v$ :



Galeileitransformationen: Ligningsystem, der sammenknytter en begivenheds koordinater i de to inertialsystemer  $S$  og  $S'$ :

$\begin{aligned} x' &= x - vt, \\ y' &= y, \\ z' &= z, \\ t' &= t, \end{aligned}$	$\rightarrow$	$\begin{aligned} u'_x &= u_x - v, \\ u'_y &= u_y, \\ u'_z &= u_z, \end{aligned}$	<p>Hastigheder er Noget, man lægger sammen/trækker fra hinanden</p>	$\rightarrow$	$\begin{aligned} a'_x &= a_x, \\ a'_y &= a_y, \\ a'_z &= a_z, \end{aligned}$	<p>Samme acceleration i <math>S</math> og <math>S'</math>: Klassisk relativitet: <b><math>F=ma = ma'</math></b></p>
---	---------------	--	---	---------------	--	---

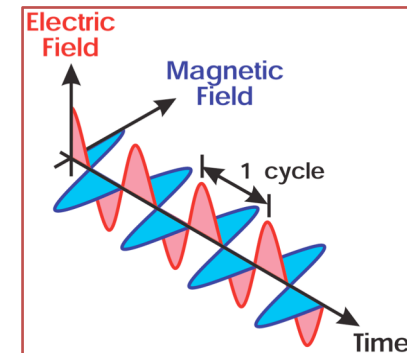
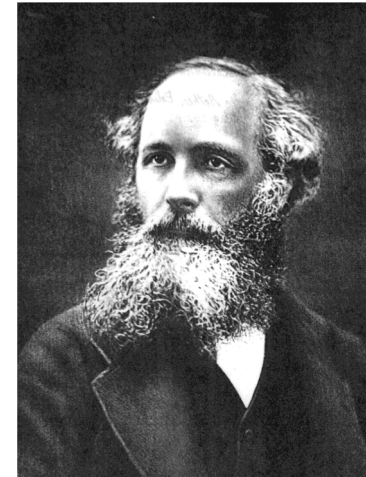
# Relativitet: Kun mekanik? Eller generelt princip?

Bemærk: Det klassiske relativitetsprincip udtaler sig udelukkende om *mekaniske fænomener*.

- Ikke muligt at fastlægge **absolut rum** via *mekaniske* forsøg.
- Men stadigvæk mulighed for, at *andre typer fænomener* kunne identificere et absolut rum
  - F.eks. udbredelse af lys!

# Udbredelse af lys

- Maxwell (1869): Lys er elektromagnetisk **bølger**
  - udbredelseshastighed:  $c=300.000.000$  m/s
- Hastighed **i forhold til** hvad???
  - Udbredelse i hvad? Hvad er det, der svinger?
- Parallel: lydbølger  $\rightarrow$  svingninger i luften
  - 300 m/s **i forhold til** luften
  - Eksempel: lydhastighed **i forhold til** jordoverfladen:



Anna



vind  $\rightarrow$  30 m/s



Berit

Lyd: Anna  $\rightarrow$  Berit (medvind):  $u_{\text{medvind}} = (300+30)$  m/s = 330 m/s

Lyd: Berit  $\rightarrow$  Anna (modvind):  $u_{\text{modvind}} = (300-30)$  m/s = 270 m/s



# Lys er bølger - hvad er det der svinger?

- Hvilket medie udbreder lys sig i? Hvad er det der svinger?
  - I 1800-tallets sidste halvdel indførte man *ad hoc* begrebet “æter”
  - Lys er svingninger i “æteren”
  - Lyshastigheden er da 300.000.000 m/s i forhold til æteren
- Så burde lys kunne have medvind/modvind....



Må kunne måles, hvis Jorden bevæger sig i forhold til æteren.

- ikke samme lyshastighed i alle retninger i forhold til jordbaseret iagttagelse
- => fastlæggelse af “ætervinden”
  - Efterstræbt måling i 1800-tallets sidste halvdel
- Alle forsøg på at måle ætervinden gav negativ resultat
  - Æteren tilsyneladende i hvile i forhold til Jorden...
    - Utroværdig konklusion...
    - Vi ved jo, at Jorden bevæger sig omkring Solen, og Solen omkring Mælkevejens centrum, og Mælkevejen omkring...



# Michelson-Morley-Eksperimentet

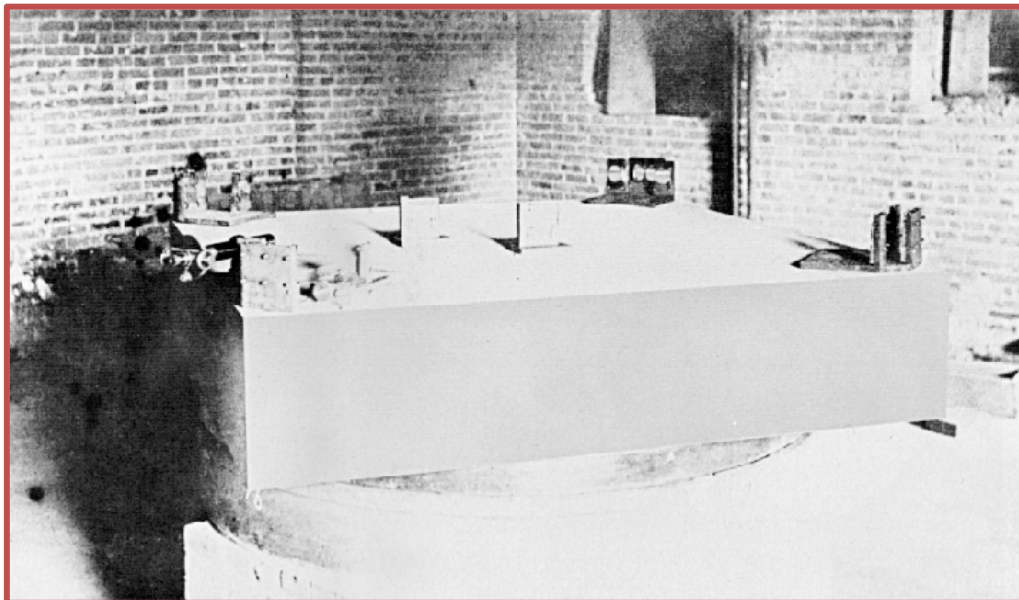
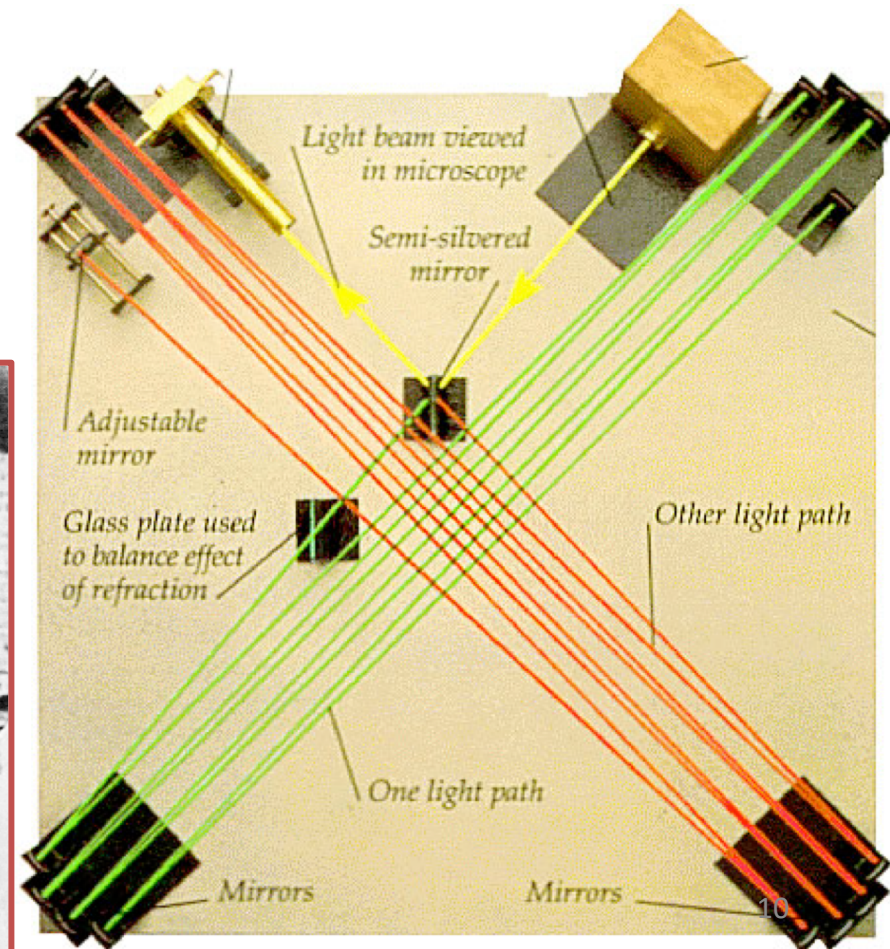


*A.A. Michelson*  
1852 - 1931



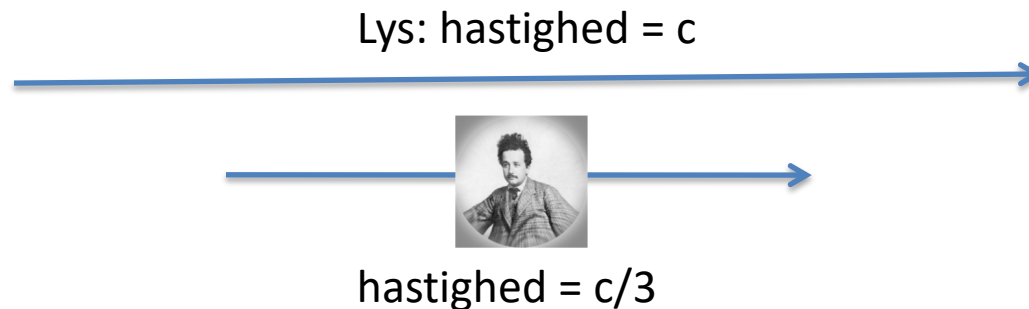
*E.W. Morley*  
1838 - 1923

Det mest berømte eksperiment til eftervisning af ætervinden. Og som viste et nul-resultat...



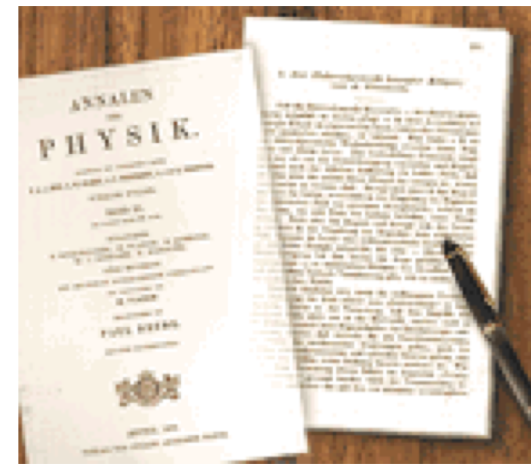
# Samtidig i Europa: Einstein spekulerer over lys

- Einstein: Hvis lys udbreder sig med hastigheden  $c=300.000.000$  m/s, så må det *i princippet* være muligt at bevæge sig ved siden af en lysbølge, lige så hurtigt som denne, og betragte lysbølgen i hvile **i forhold til** sig selv.
  - Hvordan vil en sådan lysbølge “se ud”?
- Einstein undersøger Maxwells ligninger: Nej, disse har kun og alene løsninger for lys, der udbreder sig med hastigheden  $c$ .
  - Jamen, det dur jo ikke. Fx.:



- lagttager skulle *i princippet* kunne have *enhver* hastighed **i forhold til** lysstrålen
  - Så, er der ikke noget galt med Maxwells teori ?
  - Nej, viser det sig. Det er ikke Maxwell, der er noget i vejen med... Men noget langt mere fundamentalt!

# Einsteins relativitetsprincip (1905)



Einstein postulerer i 1905 (26 år gammel) :

## 1. Alle inertialsystemer er ligeværdige for udførelse af samtlige fysiske forsøg:

- meningsløst at spørge, hvem der er i hvile, og hvem, der bevæger sig;  
**al bevægelse er relativ**
- æteren er død: Hvis der fantes en æter, ville det system, der var i hvile i forhold til æteren, være speciel (og altså ikke ligeværdigt med andre)

## 2. I det tomme rum har lys samme konstante hastighed, $c$ , **for enhver iagttager**

Set med traditionelle briller, er dette ret vanvittigt!

- Lige meget hvor hurtigt man forsøger at indhente en lysstråle, vil denne altid fjerne sig fra én med samme hastighed,  $c$

Einsteins postulater fører til en ny opfattelse af rum + tid

# Samme lyshastighed for enhver iagttager (i)

hverdag



150 km/t



40 km/t

Hastighed af bil **i forhold til** cykel:  
 $v = (150 - 40) \text{ km/t} = 110 \text{ km/t}$

=> Hastigheder lægges sammen  
(trækkes fra hinanden), som  
normale tal

lys

lysstråle

→ 300.000 km/s



→ 100.000 km/s

Hastighed af lysstråle **i forhold til** Einstein er uanset hans bevægelse:  $v = 300.000 \text{ km/s}$

=> Hastigheder lægges *ikke* sammen, som normale tal...

# Samme lyshastighed for enhver iagttager (ii)

Q: Hvad er så specielt ved lys, at vi ikke kan benytte “normale” regler for sammensætning af hastigheder?

A: Hastigheden er høj!

- Faktisk den højeste opnåelige (ikke-abstrakte) hastighed overhoved
- Strengt taget er det *aldrig* 100% korrekt at addere hastigheder
  - Men for hverdagshastigheder er det ok til  $\sim 14$  decimalers præcision...
- Hvordan/hvorfor?

hastighed = afstand i **rum** / afstand i **tid** (fx. 50 km / time)

Sammenbrud af hastighedsadditionsreglen:

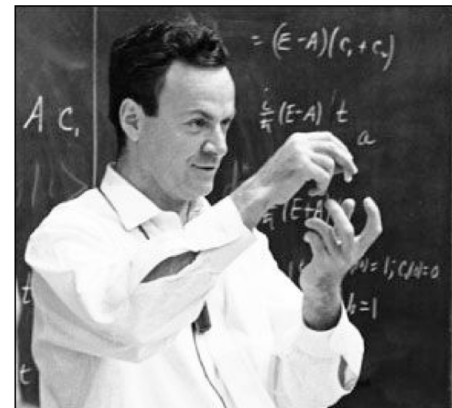
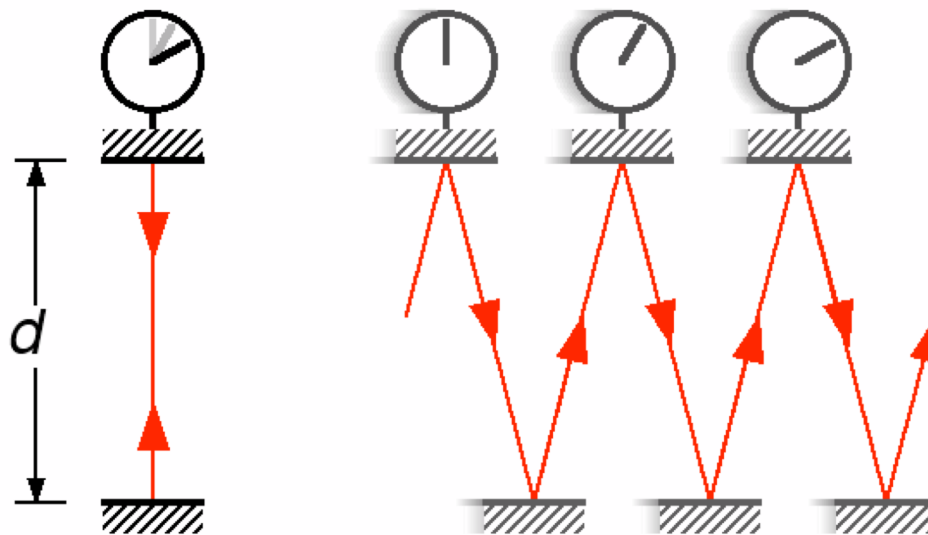
Strukturen af rum + tid er anderledes end, hvad vores hverdagserfaring fortæller os

# Oversigt

- a. Relativitet – klassisk og speciel
- b. Tid, længde og samtidighed**
- c. Rum + tid  $\rightarrow$  rumtid
- d. Relativistisk mekanik:  $E=mc^2$  og sådan noget
- e. Lidt om Den Generelle Relativitetsteori og tiden
  - GPS-systemet og relativitet

# Revision af fundamentale begreber: Tid

- Et ur, der bevæger sig, tikker langsommere.
- Dette kan anskueliggøres direkte v.h.j.a. et såkaldt lysur.
- Lysvejen i det bevægede ur er længere; det bevægede ur tikker altså langsommere



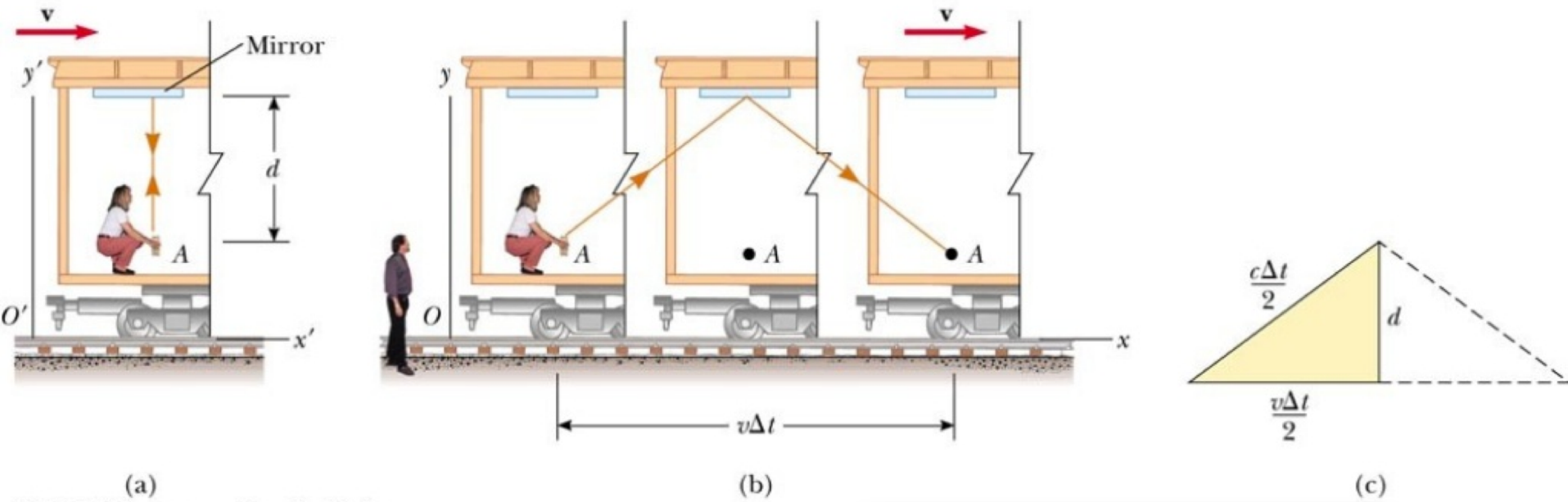
Argument efter R.Feynman

Hver gang lyset rammer det øvre spejl, tikker uret én gang

- Ethvert ur må gå langsommere, hvis det er i bevægelse i forhold til iagttageren => **Tidsforlængelse**



# Feynman-uret gennemregnet



$$\Delta t_{proper} = \frac{2d}{c}$$

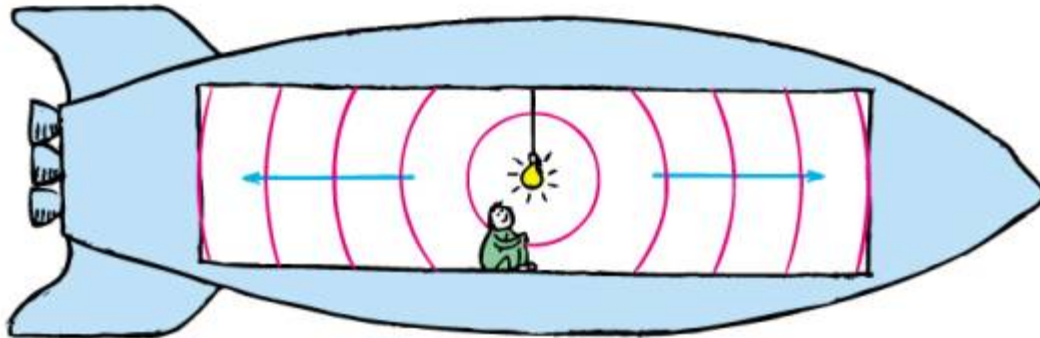
Pythagoras +  
samme lyshastighed  
for alle

$$\left(\frac{c\Delta t}{2}\right)^2 = \left(\frac{v\Delta t}{2}\right)^2 + d^2$$

Bemærk den meget  
vigtige nævner.

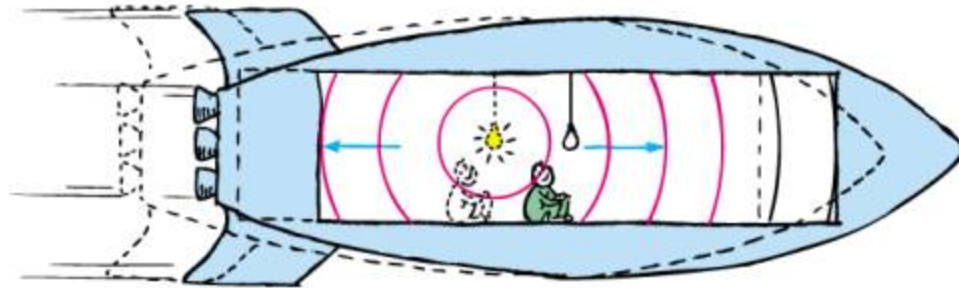
$$\Delta t = \frac{\Delta t_p}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \gamma \Delta t_p$$

# Revision af fundamentale begreber: Samtidighed



Hewlett, *Conceptual Physics*, Ninth Edition.  
Copyright © 2002 Pearson Education, Inc., publishing as Addison Wesley. All rights reserved.

En iagttager i rumskibet ser, at et lysglimt udsendt fra midten af rumskibet rammer kabinens to ender til samme tid.



For en iagttager, der ser rumskibet passere forbi, medfører betingelsen om den samme lyshastighed i alle retninger *i sit eget system*, at de to begivenheder ikke vil være samtidige. Lysglimt vil først ramme bagvæggen, dernæst forvæggen.

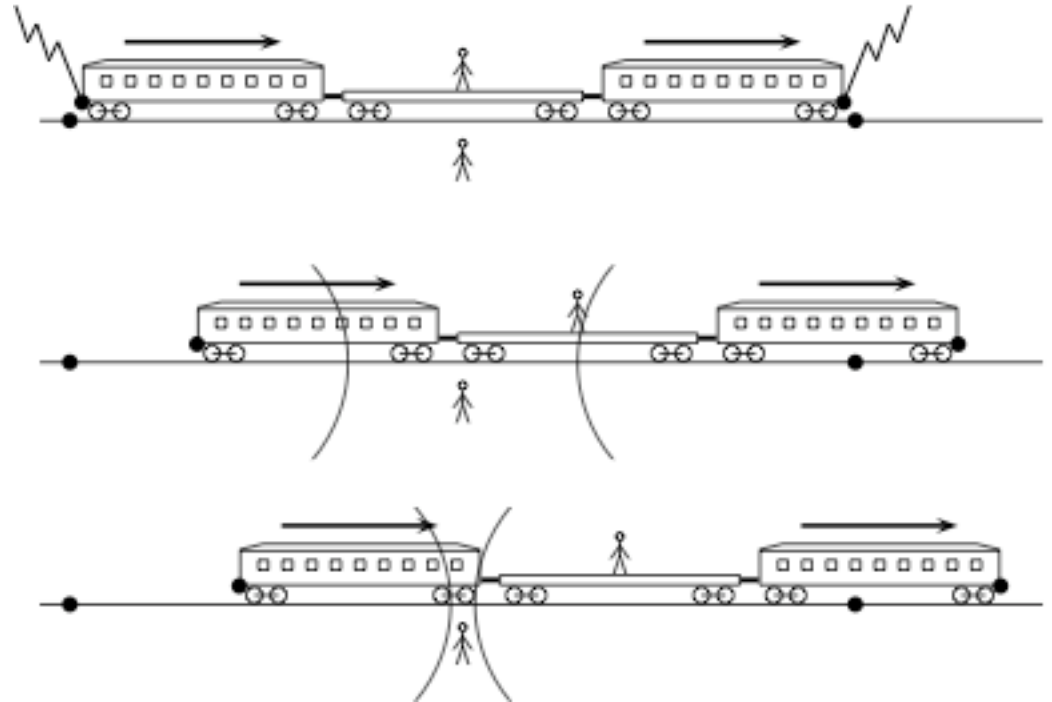


Hewlett, *Conceptual Physics*, Ninth Edition.  
Copyright © 2002 Pearson Education, Inc., publishing as Addison Wesley. All rights reserved.

Samtidighed er relativ, ikke absolut !

# Revision af fundamentale begreber: Længde

Måling af længden af et legeme i bevægelse:  
Afstand mellem to mærker afsat *samtidig* ved legemets for- og bagende.



Idet to iagttagere i relativ bevægelse er uenige om samtidigheden af de to begivenheder, vil de også være uenige om længden af legemet.

Et legeme er kortere, når det iagttages fra et system i hvilket det bevæger sig.  
**Længdeforkortning**

Her, to lynnedslag, der er samtidige i skinneresystemet. Afstanden mellem mærkerne på skinnerne repræsenterer togets længde i skinneresystemet. I togsystemet slår lynet ved forenden ned først, dernæst ved bagenden. Afstanden mellem mærkerne på skinnerne må da være kortere end togest længde i togsystemet.

# De relativistiske effekter

- **Længdeforkortning**

- Længde af legeme i system, hvor legemet er i hvile: **Hvilelængden**:  $L_0$
- I ethvert andet system er legemet kortere:

$$L = L_0 / \gamma = L_0 \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

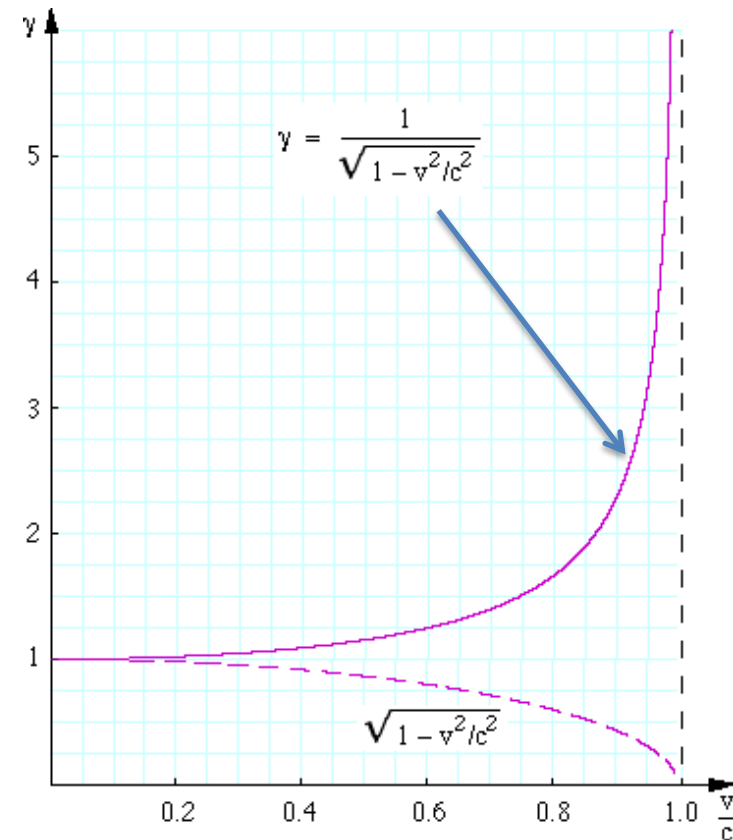
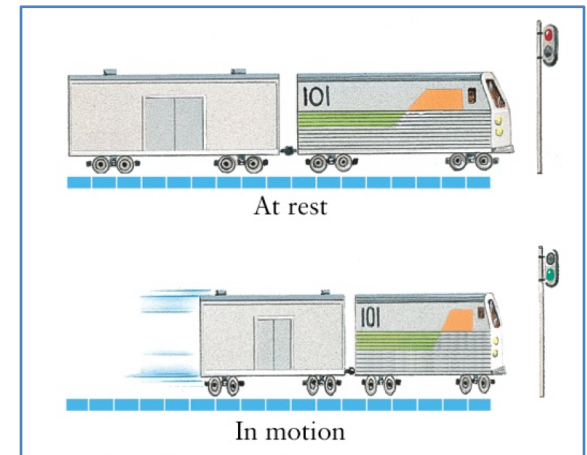
- **Tidsforlængelse**

- Varighed af process i system, hvor start og slut sker i samme punkt: **Egentiden**:  $T_0$
- I ethvert andet system er varigheden større:

$$T = \gamma T_0 = \frac{T_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$\gamma$ -funktionen  
(mål for hvor relativistisk  
problemstillingen er)

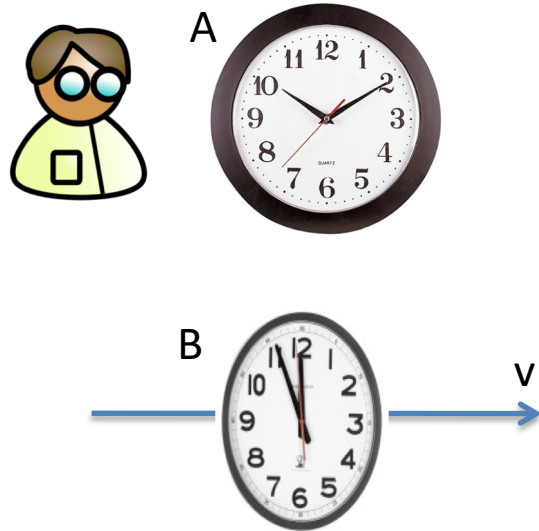
$$\gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$



Hastighed i enheder af lyshastigheder

# Relativistiske effekter går (selvfølgelig!) begge veje

Set fra A-systemet

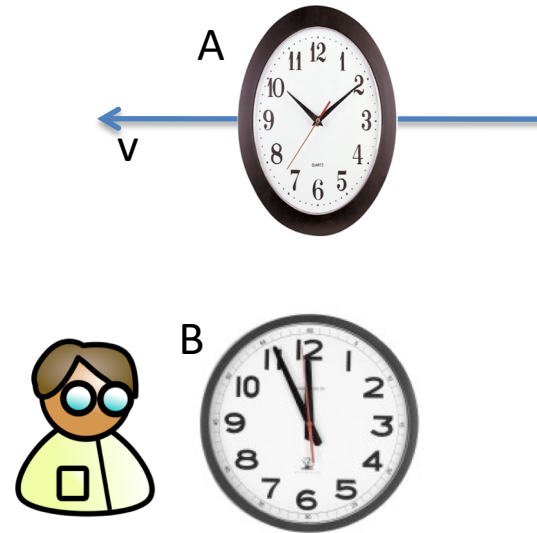


- A stationært
- B mod højre med farten  $v$

$$T_A = T_B * \gamma$$

1 sek på B ta'r  $\gamma$  sek målt på A

Set fra B-systemet



- B stationært
- A mod venstre med farten  $v$

$$T'_B = T'_A * \gamma$$

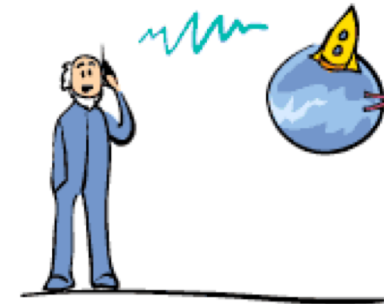
1 sek på A ta'r  $\gamma$  sek målt på B

De to systemer er ligeberettigede => tidsforlængelse og længdeforkortning går begge veje

# Hold dig ung; rejs!

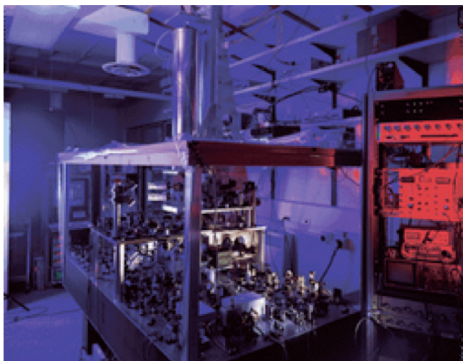
- Et ur i bevægelse tikker langsommere.
  - Gælder (selvfølgelig) også biologiske ure
- Rejs tur/retur til vores nærmeste stjerne med 80% af lyshastigheden:
  - Afstand tur/retur:  $2 * 4 \text{ lysår} = 8 \text{ lysår}$ .
  - Altså tager rejsen ( $8 \text{ år} / 0.80 =$ ) 10 år set fra Jorden.
  - Set fra raketsystemet tager det  $2 * 3 \text{ år}$ , altså 6 år.
  - Når pigen kommer hjem, er hun 4 år yngre end sin tvillingebror
- Men hov, skulle tidsforlængelsen ikke gå begge veje? Kunne man ikke med lige god ret argumentere, at søsteren er ældst?
  - Nej, de to bevægelser er ikke ligeberettigede:
    - Bror: konstant i ikke-accelereret bevægelse
    - Søster: acceleration i del af bevægelsen (start/vend/stop)
    - Men det er ikke accelerationen i sig selv, der er årsag til aldersforskellen...

Vi har alle vores helt personlige tid, hvis gang i forhold til andres afhænger af vores relative bevægelse



# Hvorfor ingen relativistiske effekter i hverdagen?

- Vi bevæger os bare sååååå langsomt, at tidsforlængelse og længdeforkortning ikke observeres i hverdagen
  - 30 m/s på motorvej har  $v/c = 10^{-7}$ 
    - $\gamma = 1.0000000000000005$
  - 30.000 m/s Jorden omkring Solen har  $v/c = 10^{-4}$ 
    - $\gamma = 1.000000005$
    - lille, men præcise målinger kan sagtens måle dette

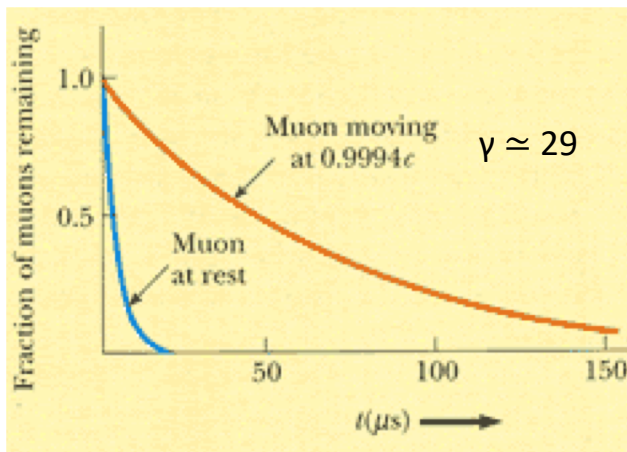
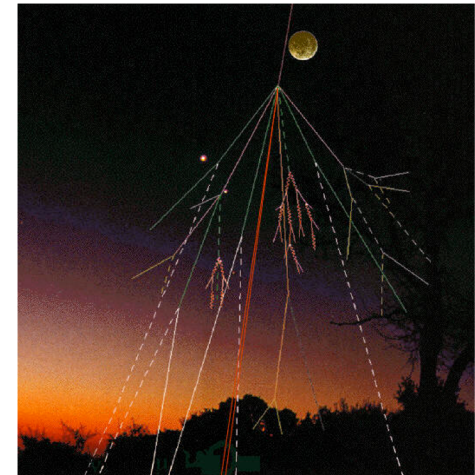


Ultrapræcis atomur:  
præcision  $2 \times 10^{-15}$



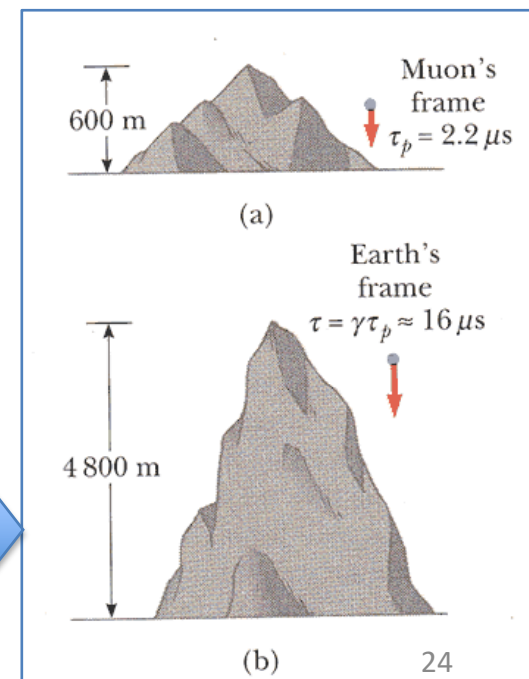
# Tidsforlængelse i “hverdagen” – kosmiske stråler

- Mange sub-atomare partikler har endelige levetider.
- Eksempel: myonen:  $\tau_{\mu} = 2.2 \mu\text{sek}$ .
  - med højest mulige hastighed,  $c=3 \times 10^8 \text{ m/s}$ , tilsvarende dette vejlængden  $d= c * \tau_{\mu} = 660 \text{ m}$
- Myoner skabes i den øvre atmosfære, typisk 10 km, ved kollision af kosmiske stråler med atmosfæren.
- Hvordan kommer da myonerne ned til jordoverfladen i stort antal (170 pr.  $\text{m}^2$  pr. sekund)?
  - Levetiden  $2.2 \mu\text{sek}$  er i myonen hvilesystem.
  - I “laboratoriesystemet” er tiden forlænget:  $\tau = \gamma * 2.2 \mu\text{sek}$



- $\gamma$ -faktoren kan være stor: 1-10.000
- Altså kan myonene bevæge sig adskillige km

I myon-systemet synes vejlængden kortere:  
**længdeforkortning**





# Oversigt

- a. Relativitet – klassisk og speciel
- b. Tid, længde og samtidighed
- c. Rum + tid → rumtid**
- d. Relativistisk mekanik –  $E=mc^2$  og sådan
- e. Lidt om Den Generelle Relativitetsteori og tiden
  - a. GPS-systemet og relativitet

# Lyshastigheden som højeste hastighed

- $\gamma$ -funktionen er kun defineret for hastigheder  $v < c$

$$\gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

- Intet par af iagttagere kan bevæge sig med lyshastigheden eller hurtigere i forhold til hinanden
- Ingen fysisk partikel kan bevæge sig i forhold til en iagttagere med lyshastigheden, eller hurtigere
- Kan generelt vise, at *intet informations-bærende signal* kan bevæge sig hurtigere end lyshastigheden.
  - Ved signaler med overlyshastigheder bryder årsag/virknings-sammenhænge sammen. Meningsløst!
- Kun abstrakte punkter kan bevæge sig med overlyshastighed.

# Sammensætning af hastigheder

Lad os vende tilbage til udgangspunktet. Hvad er der sket siden?

- Sammensætning af hastigheder  $u'$  og  $v$ :

Klassisk:  $u = u' + v$

Relativistisk:

$$u = \frac{u' + v}{1 + u'v/c^2}$$

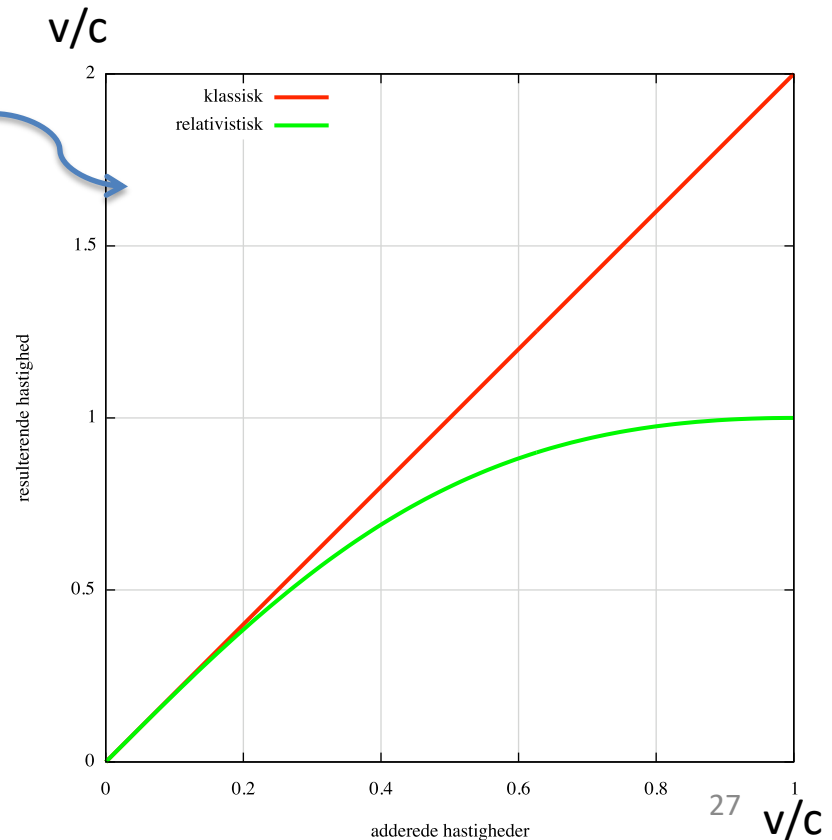
Eksempel:

Sammensæt to hastigheder, der er lige store ( $u' = v$ ):

- Fra bil 100 km/t kastes bold fremad med 100 km/t :
  - Klassisk: 100 km/t + 100 km/t = 200 km/t
  - Relativistisk?
- $0.5c + 0.5c = ?$
- $c + c = ?$

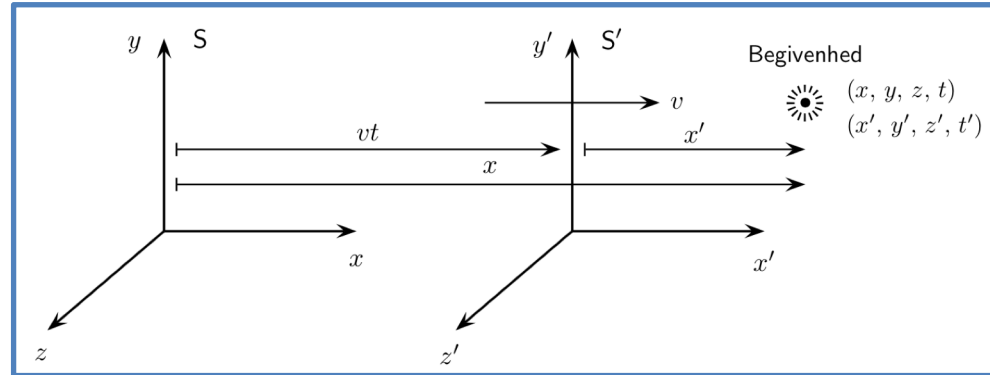
Sammensætning af to underlyshastigheder  
=> underlyshastighed

For hastigheder  $< 0.1c$  ikke stor forskel på ikke-relativistisk og relativistisk sammensætning



# Lorentz-transformationenen

En begivenhed betragtes fra to inertialsystemer S og S':



Klassisk: Galilei-transformationenen

$$\begin{aligned}x' &= x - vt, \\y' &= y, \\z' &= z, \\t' &= t,\end{aligned}$$

Relativistisk: Lorentz-transformationenen

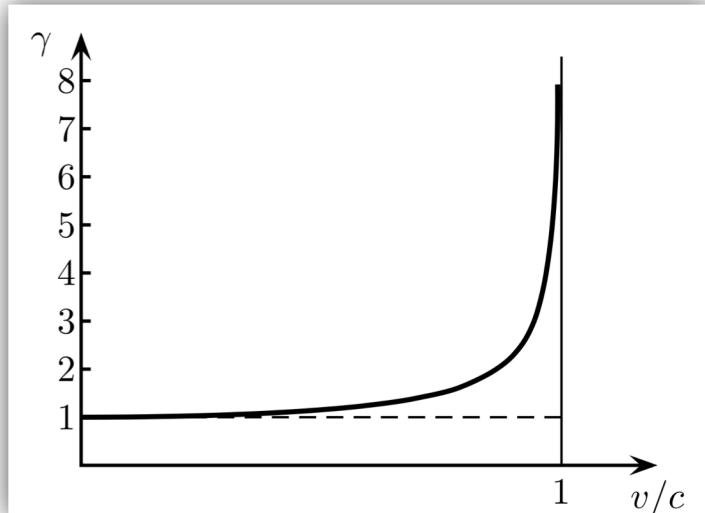
$$\begin{aligned}x' &= \gamma (x - vt), \\y' &= y, \\z' &= z, \\t' &= \gamma (t - vx/c^2).\end{aligned}$$

$$\gamma = \gamma(v) = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}},$$

## Galilei-transformationenen

$$\begin{aligned}x' &= x - vt, \\y' &= y, \\z' &= z, \\t' &= t,\end{aligned}$$

- a)  $v$  arbitrær
- b) Tid separat fra rum



## Lorentz-transformationenen

$$\begin{aligned}x' &= \gamma (x - vt), \\y' &= y, \\z' &= z, \\t' &= \gamma (t - vx/c^2).\end{aligned}$$

- a) Går over i Galilei-transf. for  $v/c \ll 1$
- b)  $v$  mindre end  $c$ . Ellers  $\gamma$  uendelig/imaginær
- c) Sammenblanding af rum og tid
- d) Symmetri  $x \leftrightarrow ct$

$$\gamma = \gamma(v) = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}},$$

# Rum + tid = Rumtid

- I relativitetsteorien sker en *sammenblanding af tid og rum*.

- Transformationsligninger fra én iagttager til en anden i relativ bevægelse med hastighed  $v$

To begivenheder 1 og 2:

Afstanden mellem dem:  $\Delta x = x_2 - x_1$ , etc....

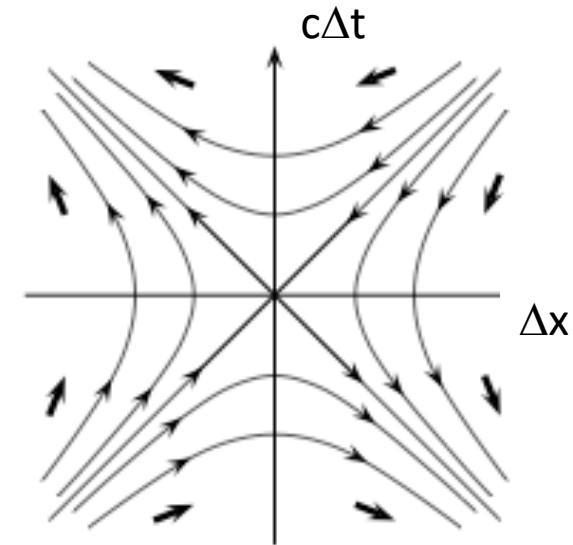
$$\begin{aligned}\Delta x' &= \Delta x \\ \Delta y' &= \Delta y \\ \Delta z' &= \Delta z \\ \Delta t' &= \Delta t\end{aligned}$$

Klassisk



$$\begin{aligned}\Delta x' &= \gamma (\Delta x - v \Delta t), \\ \Delta y' &= \Delta y, \\ \Delta z' &= \Delta z, \\ \Delta t' &= \gamma (\Delta t - v \Delta x / c^2).\end{aligned}$$

Relativistisk



- Rum og tid sammenblandes.  
Rum og tid er sammenknyttede => **rum + tid = rumtid**

**3 + 1 = 4 dimensionel verden**

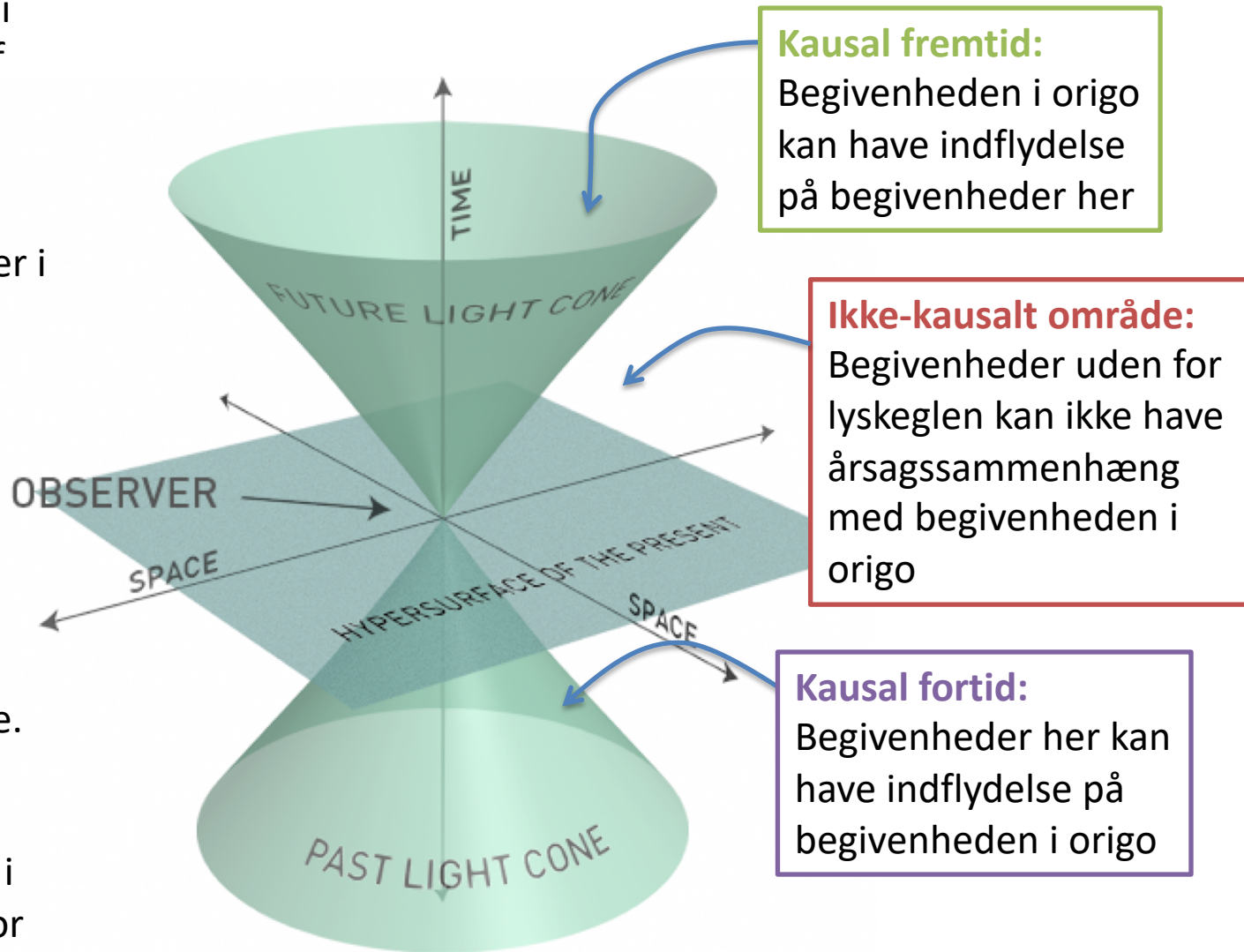
# Rumtiden og lyskegler

Rumtiden er opdelt i distinkte områder af lyskegler.

Begivenheder i den kausale fremtid ligger i kausal fremtid for enhver iagttager

I området udenfor lyskeglen kan begivenheders rækkefølge være forskellig for forskellige iagttagere.

Begivenheder i den kausale fortid ligger i den kausale fortid for enhver iagttager.



# Oversigt

- a. Relativitet – klassisk og speciel
- b. Tid, længde og samtidighed
- c. Rum + tid  $\rightarrow$  rumtid
- d. Relativistisk mekanik;  $E=mc^2$  og sådan noget**
- e. Lidt om Den Generelle Relativitetsteori og tiden
  - GPS-systemet og relativitet



# Relativistisk mekanik

Bevarelseslove er fundamentale i fysikken:

- Klassisk (*Newton'sk*) fysik:

- Massebevarelse
- Impulsbevarelse
- Energibevarelse (elastiske sammenstød)

$m$  [mængden af stof]

impuls :  $p = mv$

kinetisk energi:  $K = \frac{1}{2}mv^2 = p^2/2m$

- *Relativistisk fysik:*

- impulsbevarelse
- energibevarelse (altid!)

n.b.: **ingen massebevarelse**

relativistisk impuls :  $p = \gamma mv$

relativistisk energi :  $E = \gamma mc^2$

Disse relativistiske definitioner følger af tre krav:

- ① Relativistisk energi- og impulsbevarelse.
- ② Relativistisk invarians: Samme form i ethvert inertialsystem
- ③ Konformitet med klassisk mekanik
  - går mod klassiske udtryk for små hastigheder)

# Relativistisk energi:

$$E = \gamma mc^2.$$

- Specialtilfælde: Legeme i hvile ( $v = 0 \Rightarrow \gamma = 1$ ) :

## Hvileenergi

$$E_0 \equiv mc^2.$$

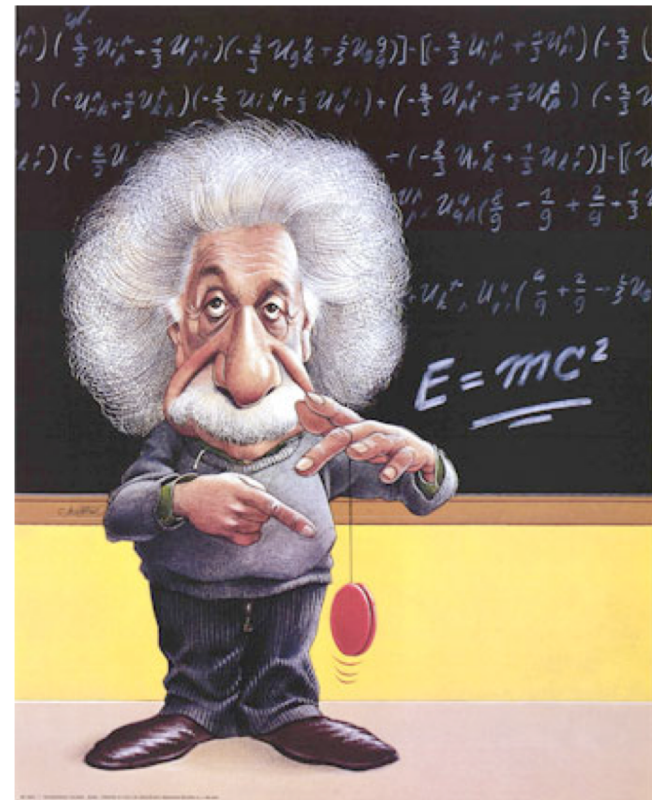
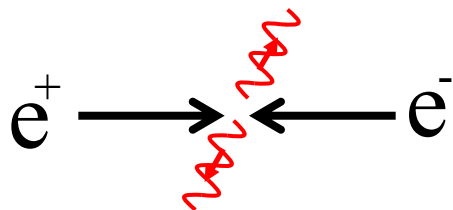
- Energi og masse er ækvivalente størrelser:
  - Energi kan omdannes til masse; masse kan omdannes til energi
  - Vekselkursen er  $c^2$  ( $= 9 \times 10^{16}$  Joule/kg)
- Energi af makroskopisk legeme (fx 1 kg):
  - Termisk:  $\sim 100$  kJoule
  - Kemisk bindingsenergi: 45 MJoule (benzin)
  - Uran fission:  $8 \times 10^{13}$  Joule
  - 4 H  $\rightarrow$  He (Solen) 0.7% af  $mc^2 = 6 \times 10^{14}$  Joule
  - Annihilation (stof + antistof):  $mc^2 = 9 \times 10^{16}$  Joule

$$E_0 = mc^2$$

Einsteins berømte ligning betyder, at

- Masse er en form for energi
- Energi kan transformeres fuldstændig til masse og omvendt!
  - Der var ingen evidens for dette på Einsteins tid. En modig forudsigelse baseret på æstetik.
- Eksempel: partikel + antipartikel annihilerer fuldstændig og skaber en ren energitilstand

elektron + positron  $\rightarrow$  foton + foton

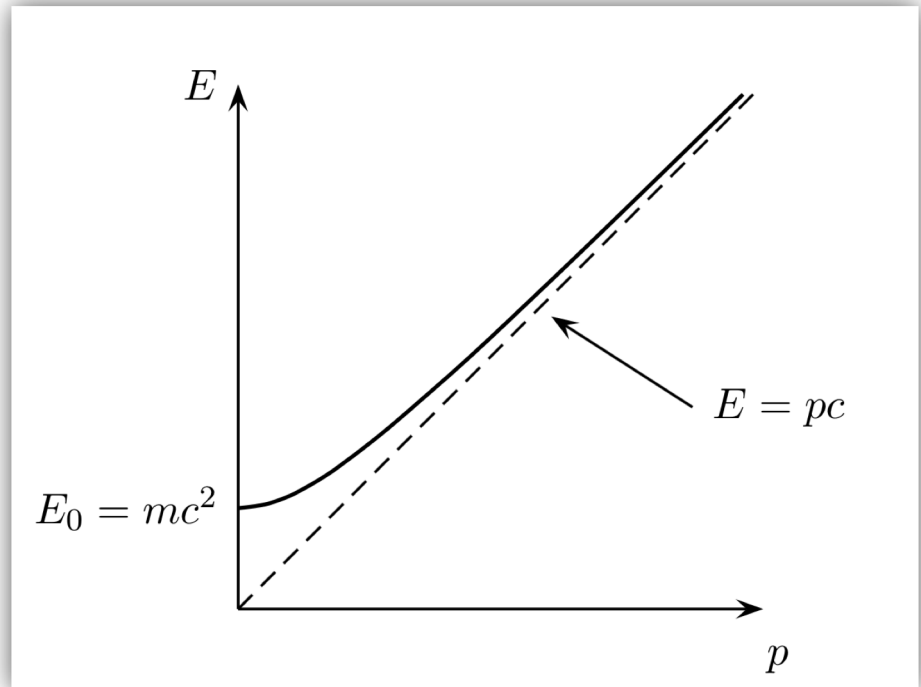


Denne proces anvendes i dag i medicinen til PET scanning.  
PET = positron-electron tomography

# Masse, energi og impuls

Hyperbolsk sammenhæng

$$E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4.$$



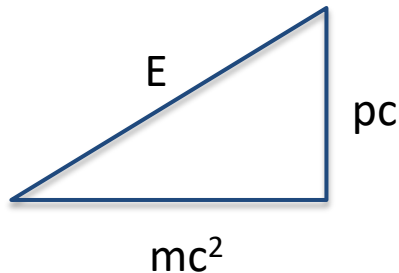
- For hyperrelativistisk partikel ( $mc^2 \ll E$ ):  $E \simeq pc$
- Masseløs partikel: Gå til grænsen  $m=0$ :  $E = pc$
- Bemærk: Masseløse partikler er meningsløse i klassisk mekanik:  $F=ma \Rightarrow a=F/m$

# Masse, energi og impuls

Generel relation mellem

- masse:  $m$
- energi:  $E$
- impuls:  $p$

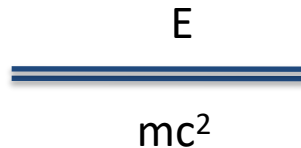
$$E^2 = (mc^2)^2 + (pc)^2$$



Partikel i hvile:

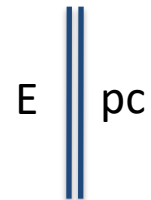
- impulsen er nul  
( $p = 0$ )

$$E = mc^2$$



Vi kan også have  
masseløse partikler!!!  
( $m = 0$ )

$$E = pc$$



Enhver masseløs partikel bevæger sig med lyshastigheden:

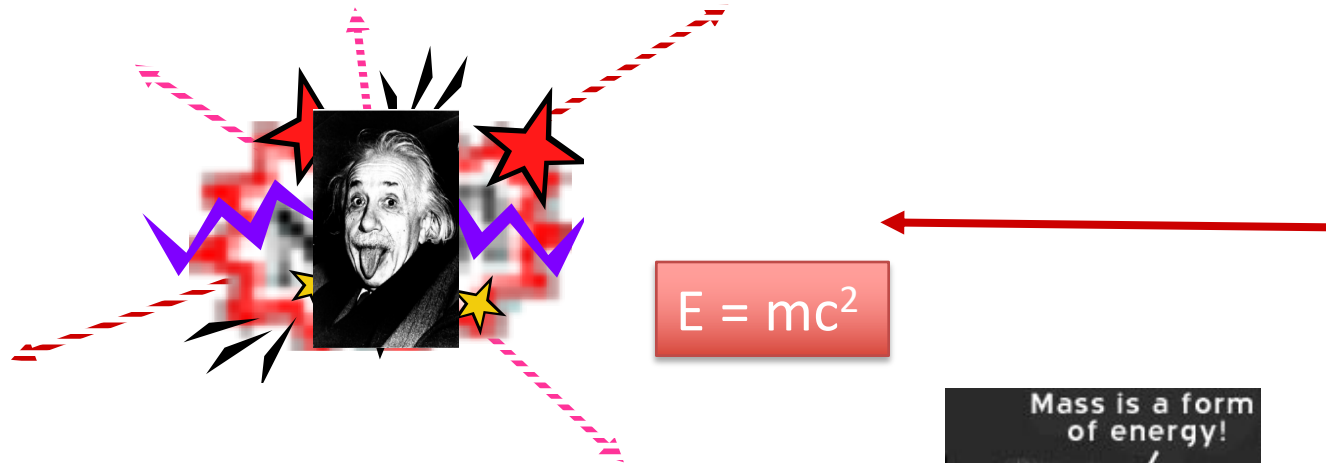
- kraftbærende partikler: foton / gluon / graviton(?)
- stoflige partikler: neutrinoer (men disse har nu nok alle meget små masser)

# Partikelfysikken

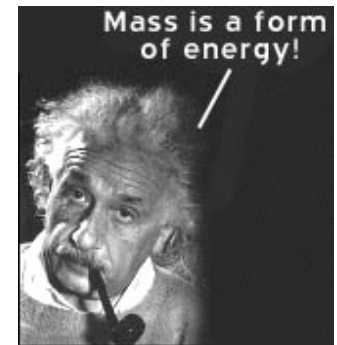
I partikelfysikken er relativitetsteori hverdag

For at udforske nye partikler er vi nødt til at skabe dem

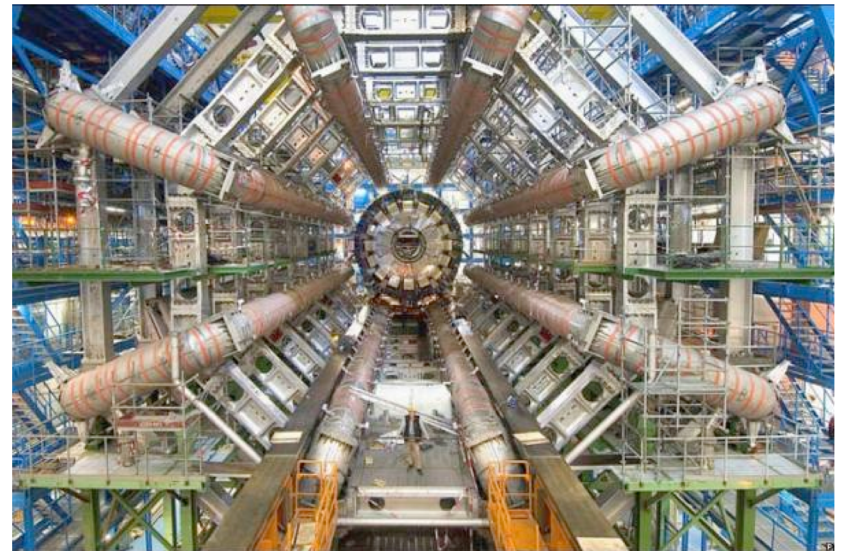
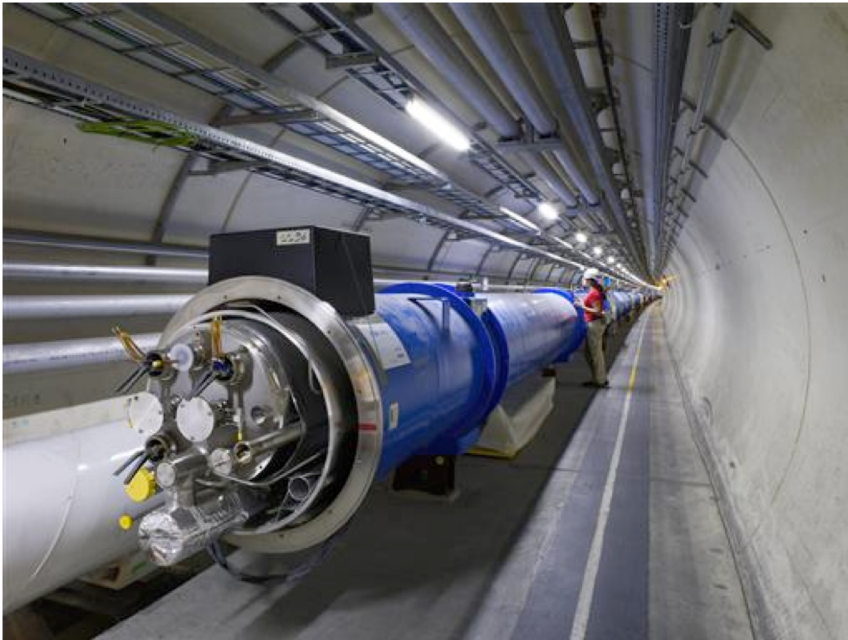
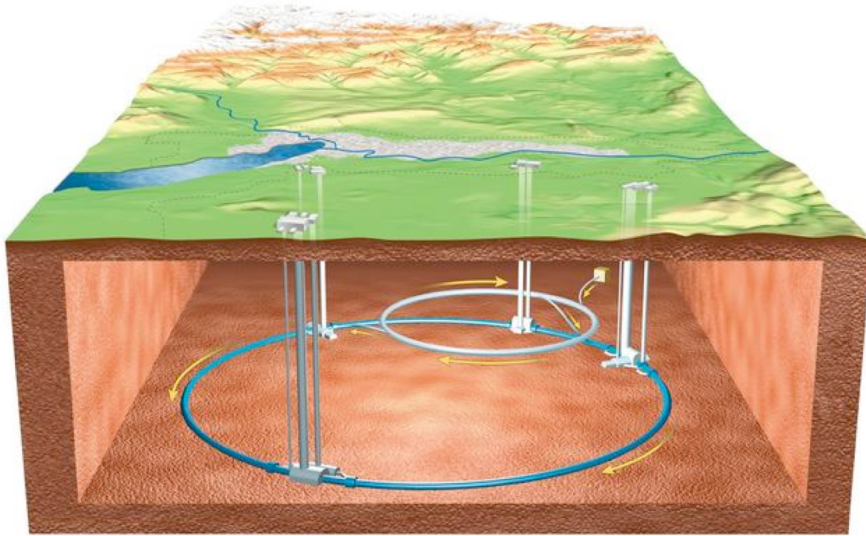
Dette kan gøres ved at **annihilere** to partikler og skabe nye fra den energi, der bliver frigjort



**Vi skal bruge en partikelaccelerator!  
Nyeste skud på stammen: LHC**

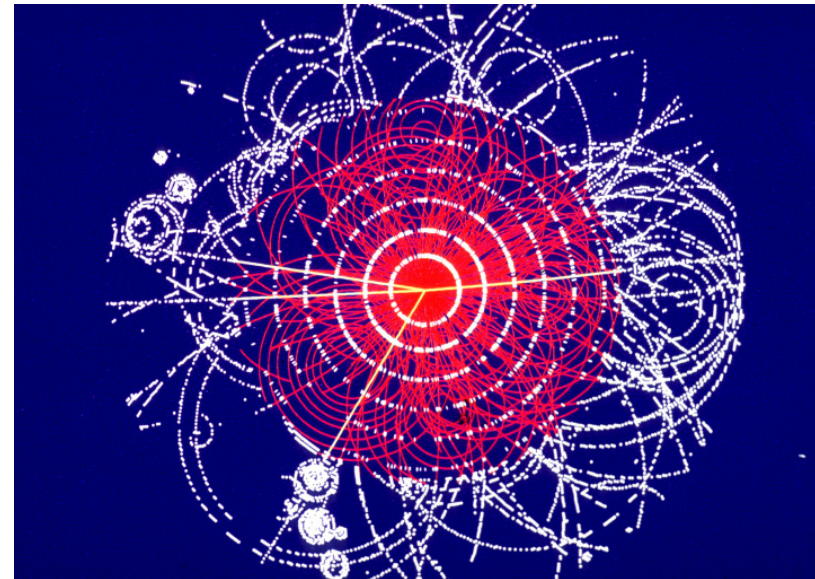


# LHC-acceleratoren ved CERN



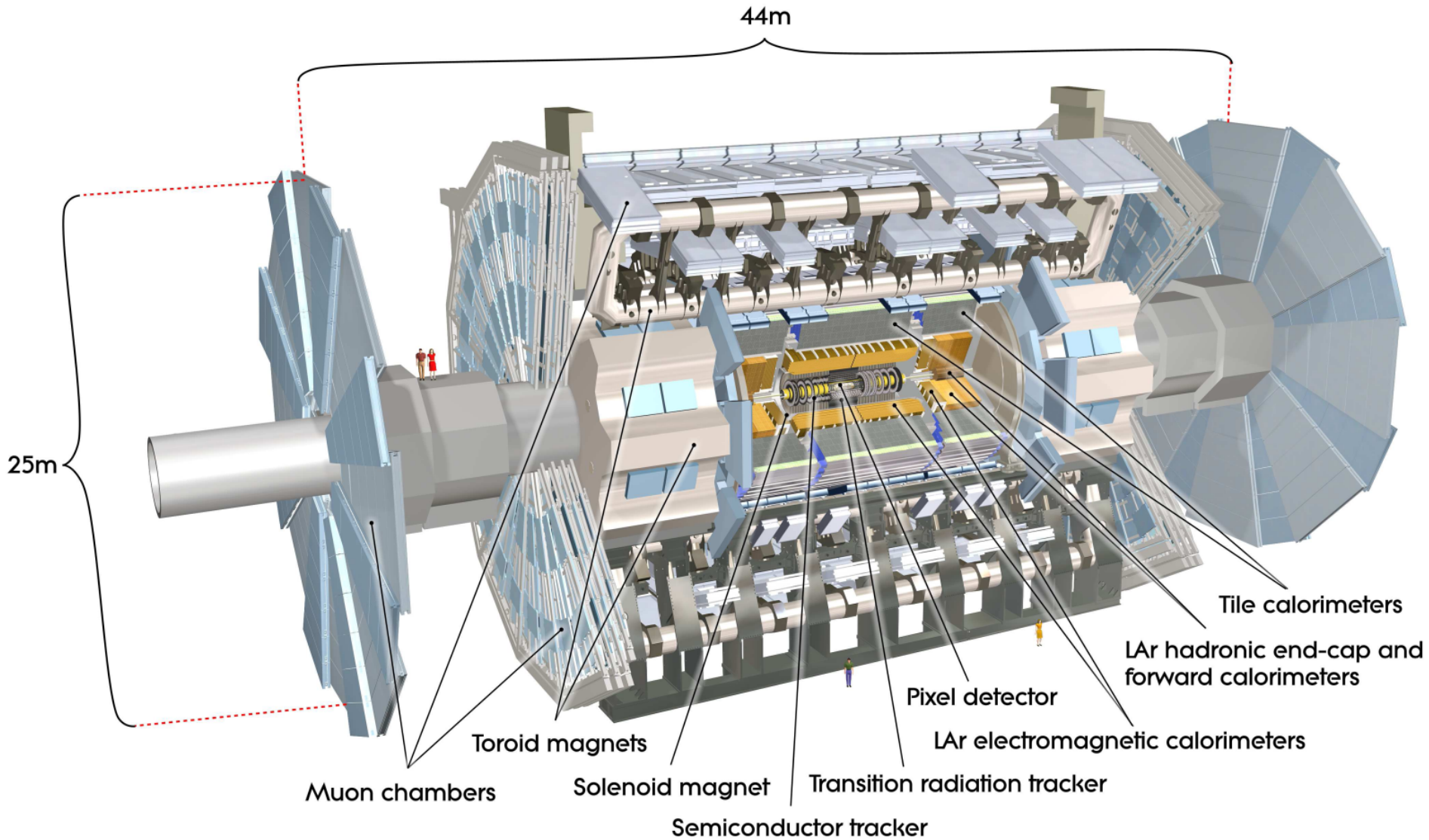
# LHC-acceleratoren

- LHC = Large Hadron Collider
- Sammenstød: proton + proton
- Proton-energi:  $E = 6500 \text{ GeV}$
- Protonens hvileenergi:  $E_0 = mc^2 = 0.938 \text{ GeV}$
- Protonernes gamma-faktor:  $\gamma = 6500/0.938 = 7000$
- Protonernes hastighed: 99.9999991% af lyshastigheden
- Formål: produktion og studie af nye tunge partikler ved omdannelse af kinetisk energi til masse
  - Her produktion af en Higgs-partikel (simuleret begivenhed)





# ATLAS-detektoren



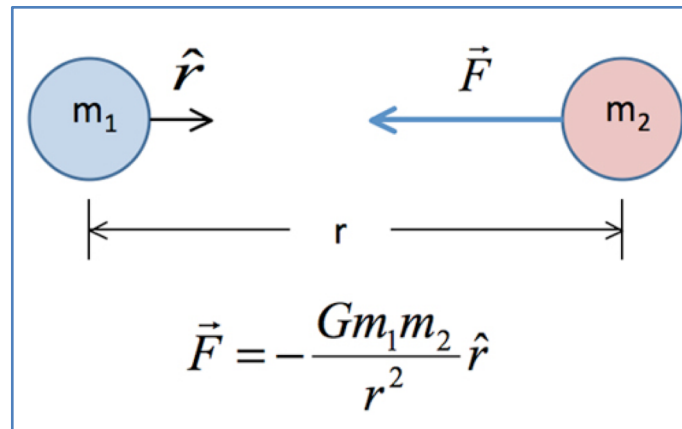
Kæmpestort 3-dimensionelt fotografiapparat

# Oversigt

- a. Relativitet – klassisk og speciel
- b. Tid, længde og samtidighed
- c. Rum + tid  $\rightarrow$  rumtid
- d. Relativistisk mekanik –  $E=mc^2$  og sådan
- e. Lidt om Den Generelle Relativitetsteori og tiden
  - a. GPS-systemet og relativitetsteorien

# Den Specielle Relativitetsteori og tyngdekraften

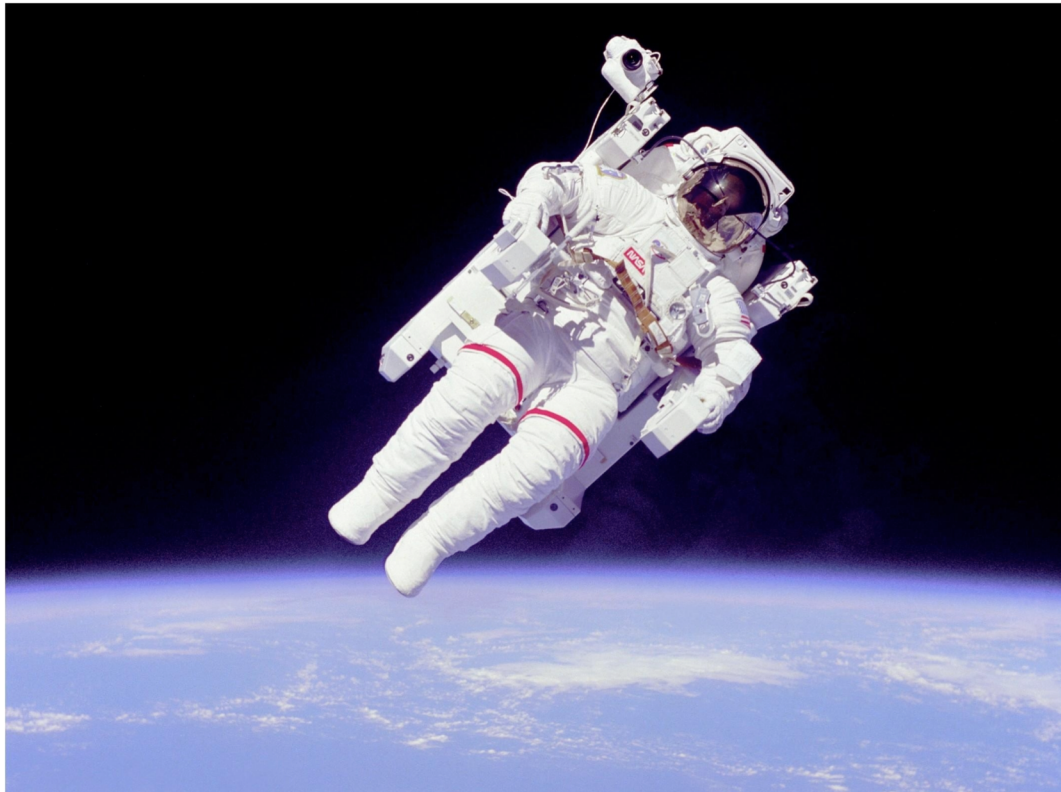
- Ifølge Newton har tyngdekraften formen



- Kraften udbredes momentant mellem de to legemer
- Modstrid med Einsteins øvre grænse for signalhastigheder!
- Hvordan forene Newton og Einstein?

# Den Speciel Relativitetsteori og inertialsystemer

- Einsteins **specielle** relativitetsteori gælder kun i inertialsystemer. Og kun i områder uden tyngdekraft.
  - For eksempel her:



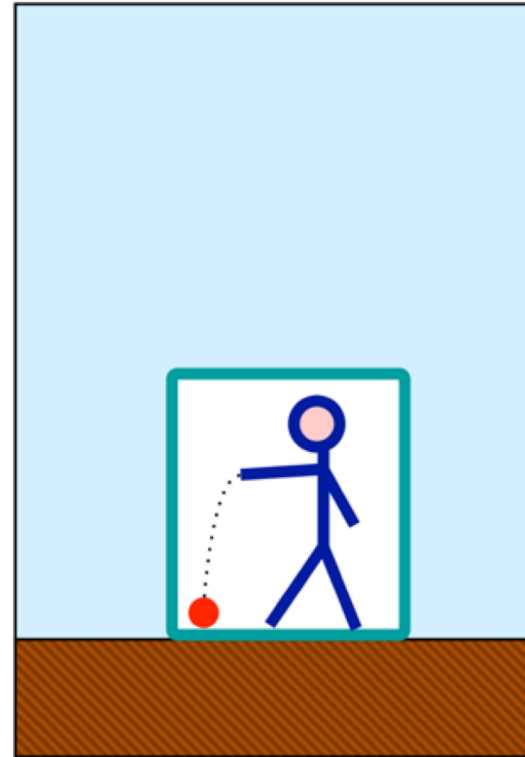
# Einsteins ækvivalensprincip

Einstein (1907):  
"The happiest  
thought of my life"



Acceleration

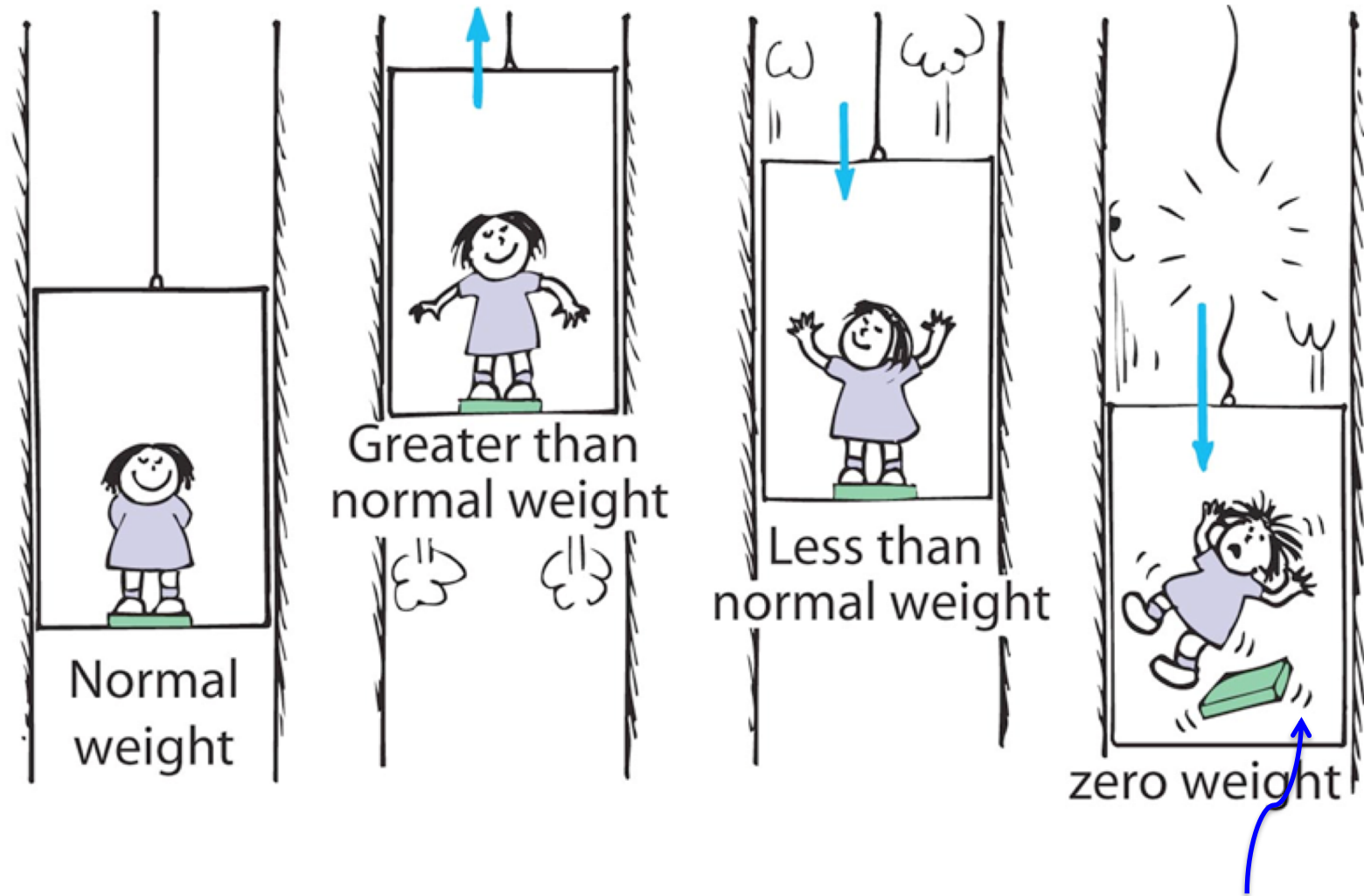
=



Gravitation

- lagttageren vil ikke kunne skelne mellem de to situationer
  - Gravitation kan anses som et resultat af valg af referencesystem

# Men vi kan skaffe os af med tyngdekraften...



Speciel relativitetsteori gælder i systemer uden tyngde: **Frit-fald-systemer**

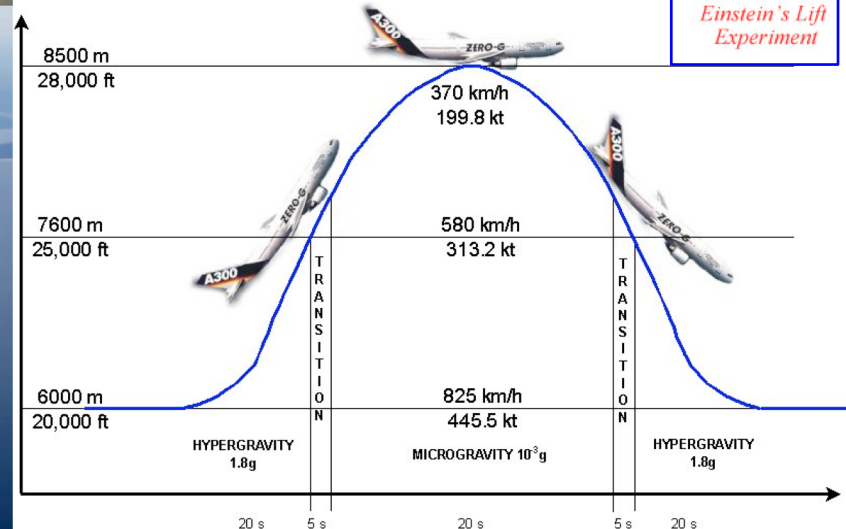
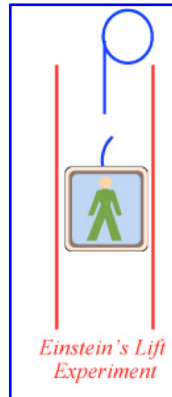
# Ikke-inertialsystemer – fiktive kræfter



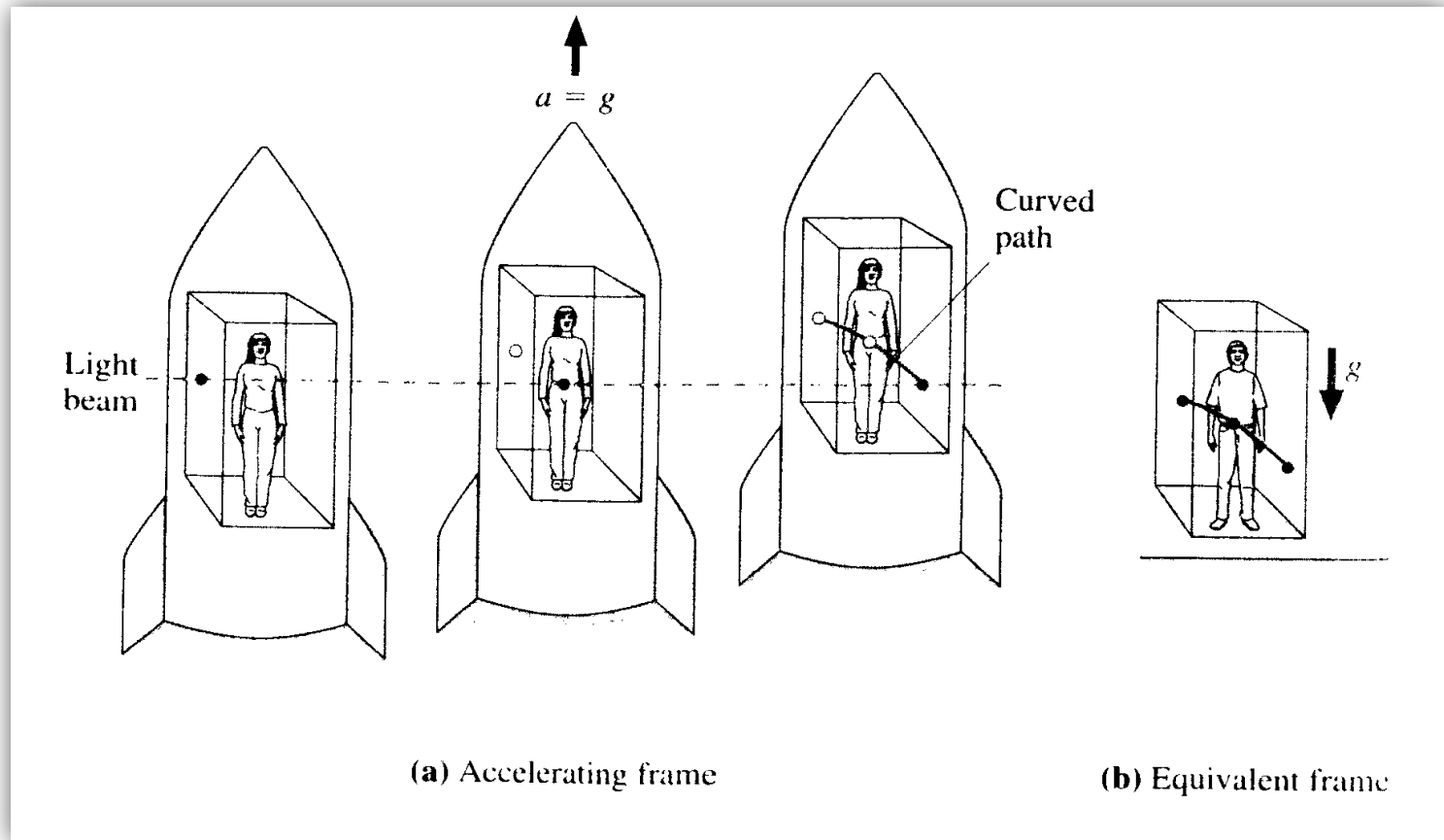
Vi kan “kunstigt” skaffe os af med tyngdekraften:

**Referencesystem i frit fald!**

- Faldende fly
- Faldende elevator (uha)



# Ækvivalensprincippet: Lys afbøjes i et tyngdefelt

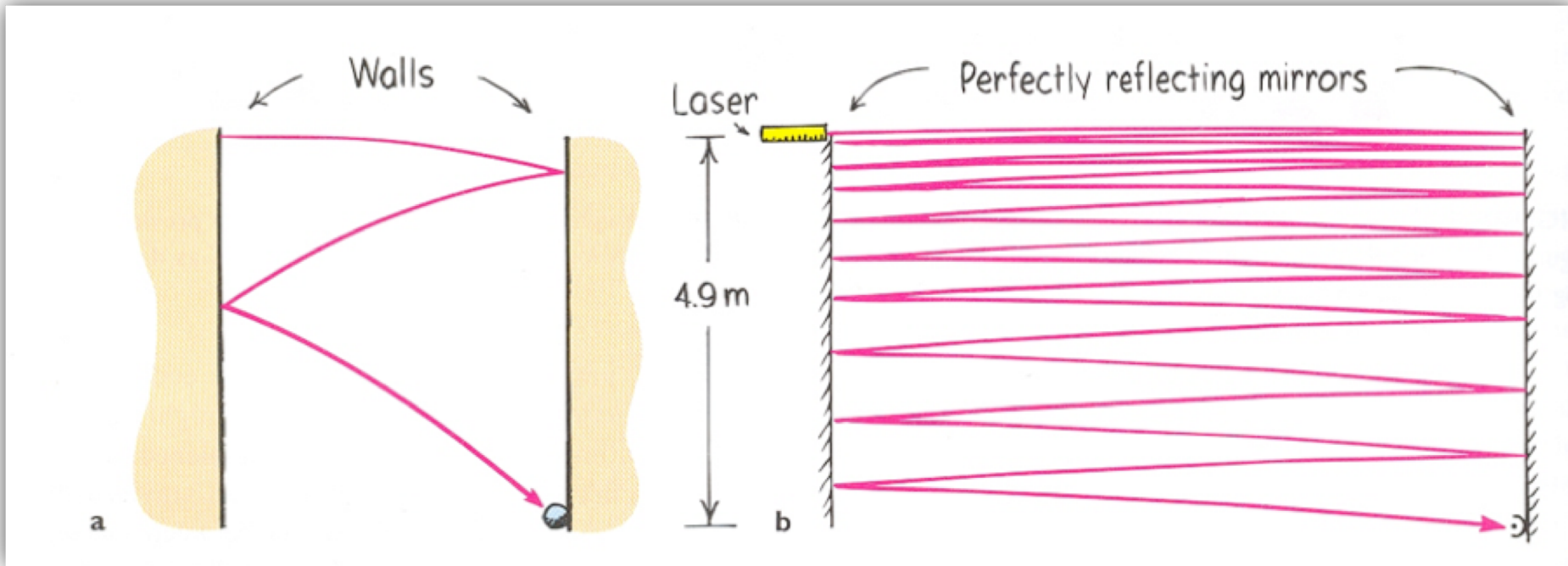


Lys bevæger sig på en krum bane i accelereret system.

Ækvivalensprincippet (acceleration = gravitation): **Lys vil afbøjes i et tyngdefelt**



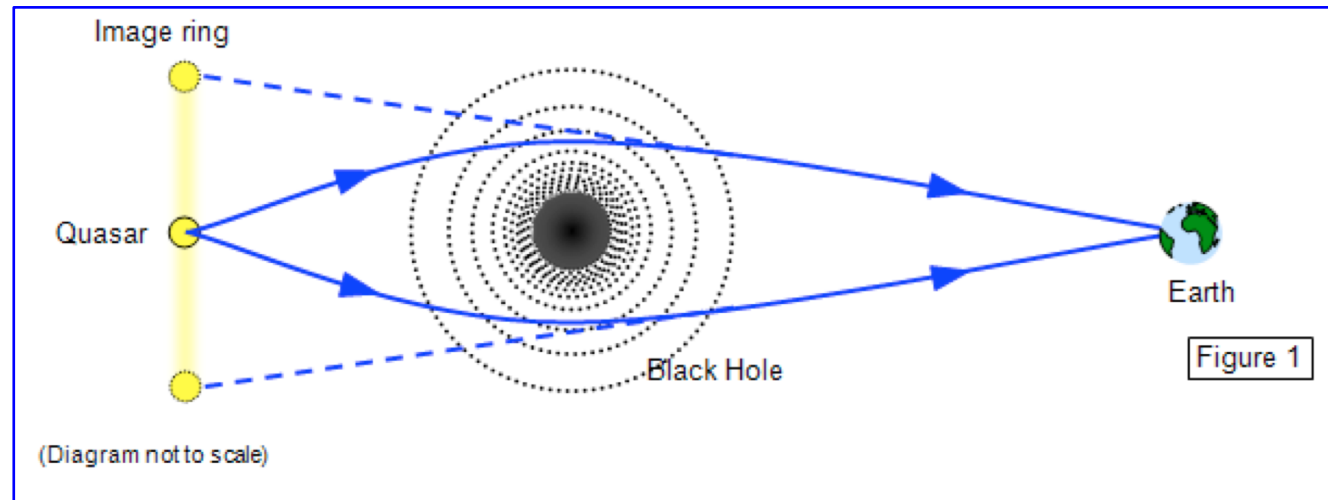
# Galilei++: Alt falder ens



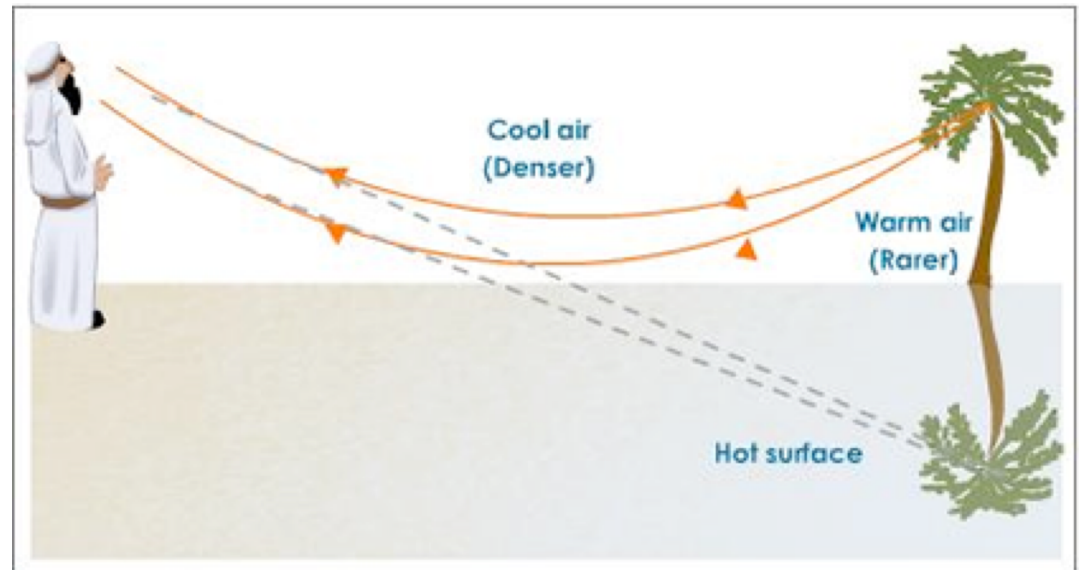
- Referencesystem på jordoverfladen er ækvivalent med system, der accelereres opad med  $9.8 \text{ m/s}^2$
- I faldende inertialsystem (frit-fald-system) bevæger alt sig retlinjet
- Det, at ting falder, skyldes vort referencesystems opadrettede acceleration
- Dermed falder alt (inklusive lys!) med samme tyngdeacceleration

# Gravitationel linseeffekt

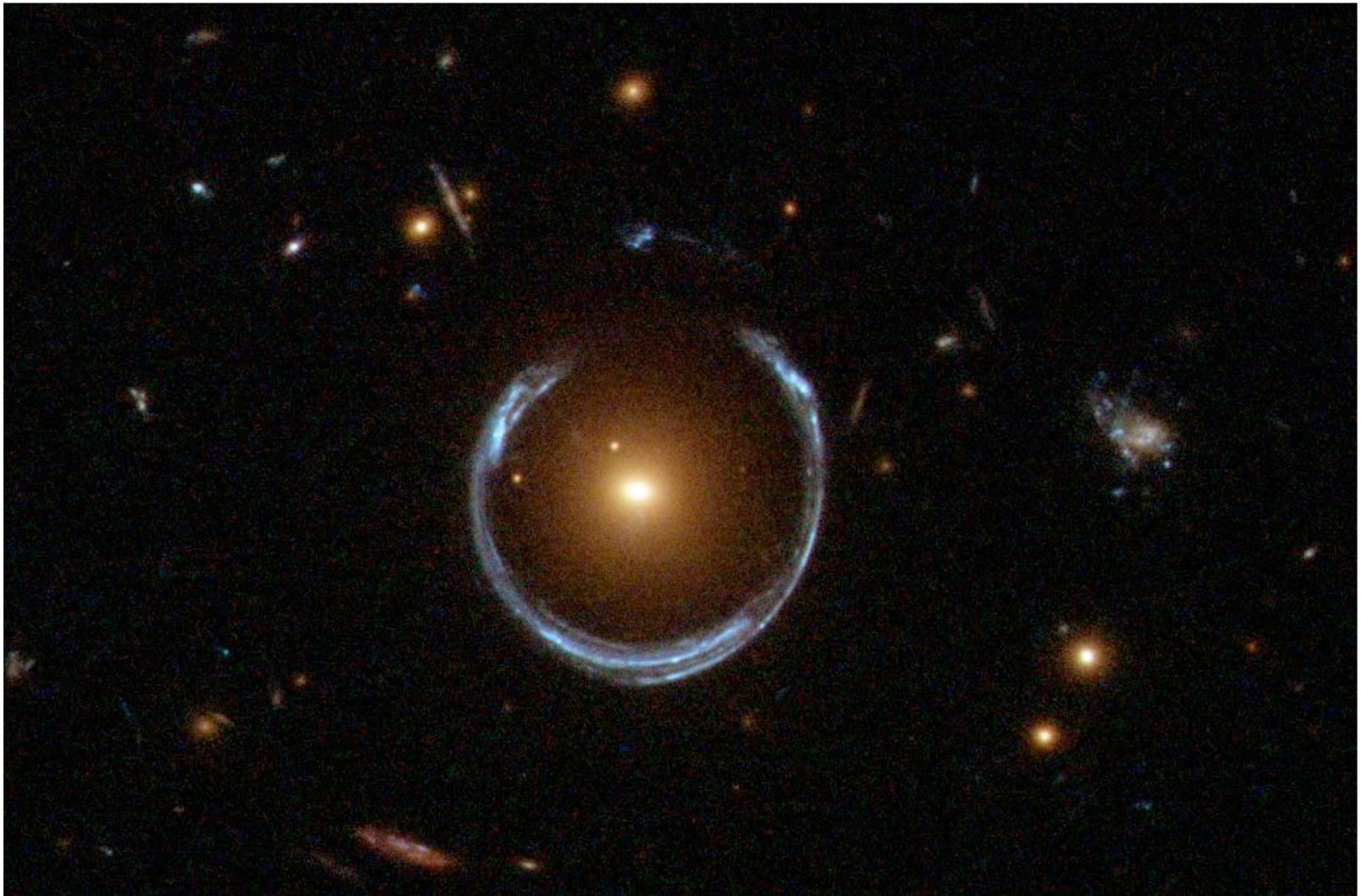
Ser tiltider to (eller flere) billeder af samme stjerne på himlen



Tildels parallel til det, vi kender som luftspejlinger

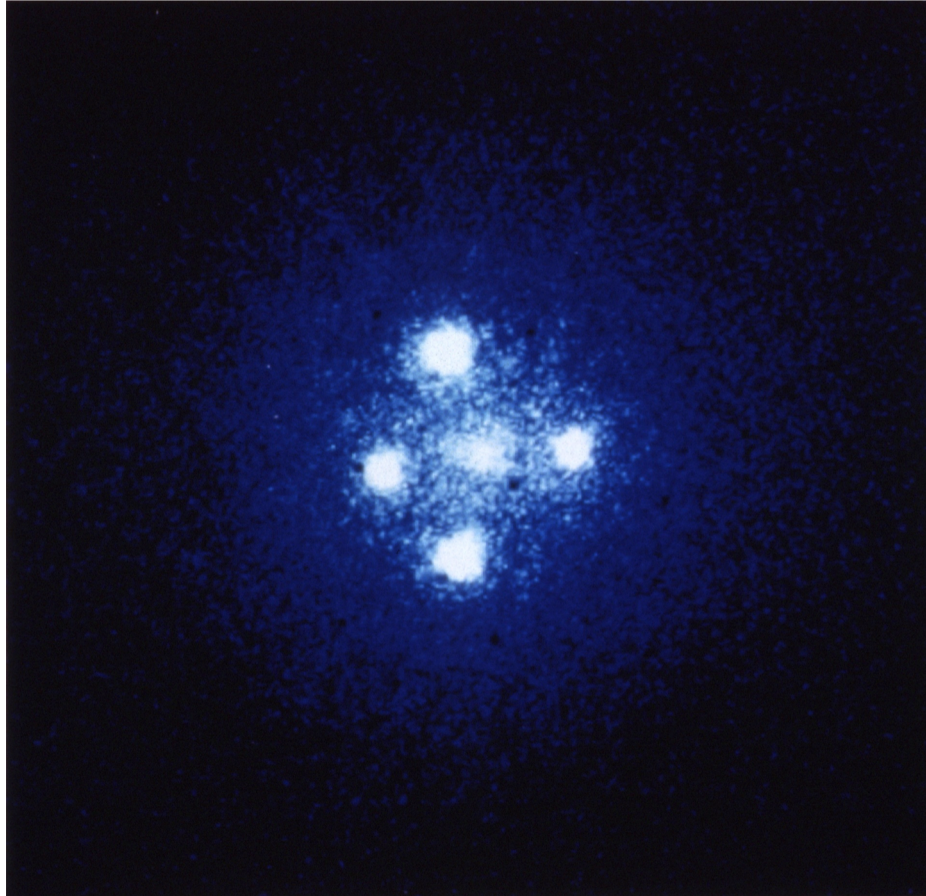


# Gravitationel linseeffekt - Mønstereksempler



Billede af bagvedliggende blå gallakse fuldstændig forvrænget af foranliggende tung, gul gallakse

# Gravitationel linseeffekt - Mønstereksempler

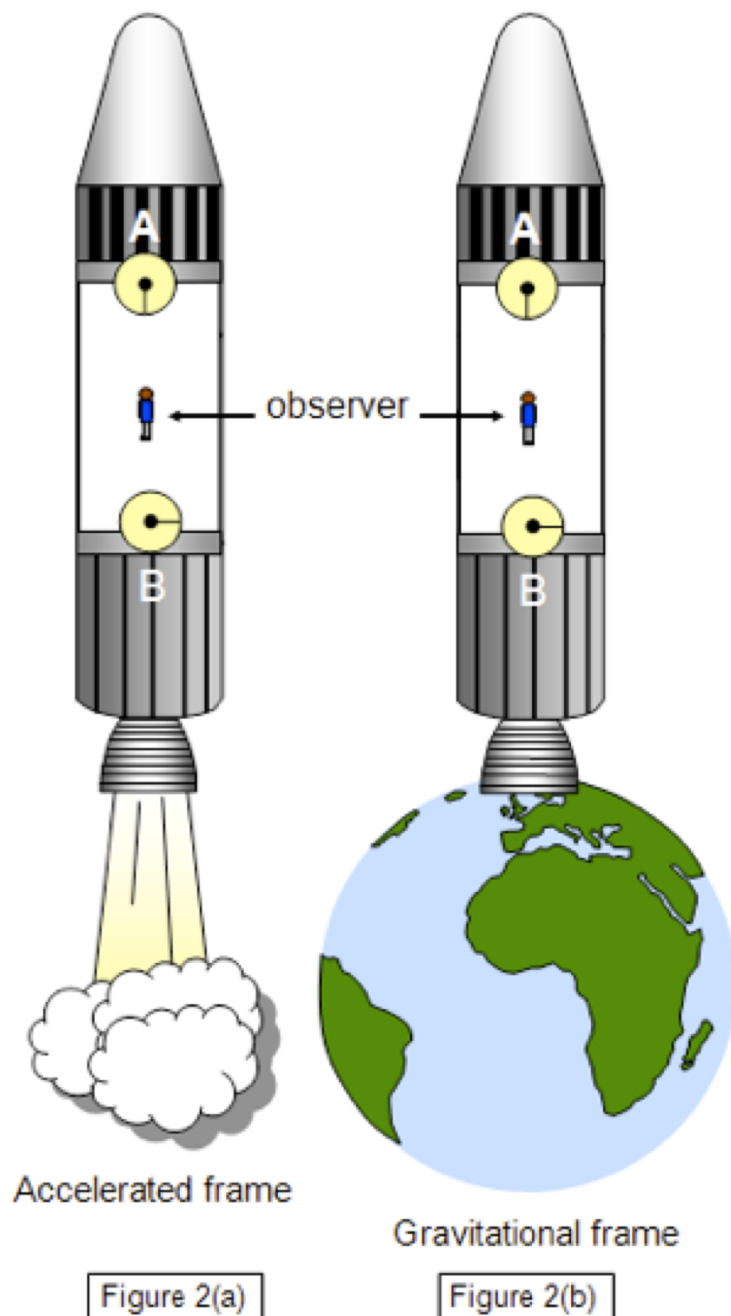


“Einstein Cross”: Samme stjerne ses fire gange på himlen p.g.a. lensing fra foranliggende tungt objekt

# Gravitationel tidsforlængelse

Iagttager midt mellem to **identiske** lamper, A og B, der blinker med samme frekvens:

- **Jævn hastighed:** Iagttager ser A og B blinke med samme frekvens;
- **Accelereret bevægelse:** Iagttager accelererer væk fra signalerne fra B, men hen mod signalerne fra A: Vil se **B blinke langsommere end A.**
- **Ækvivalensprincippet:** Ved jordoverfladen vil iagttager se B blinke langsommere end A.
- **Tiden går langsommere i B end i A!**



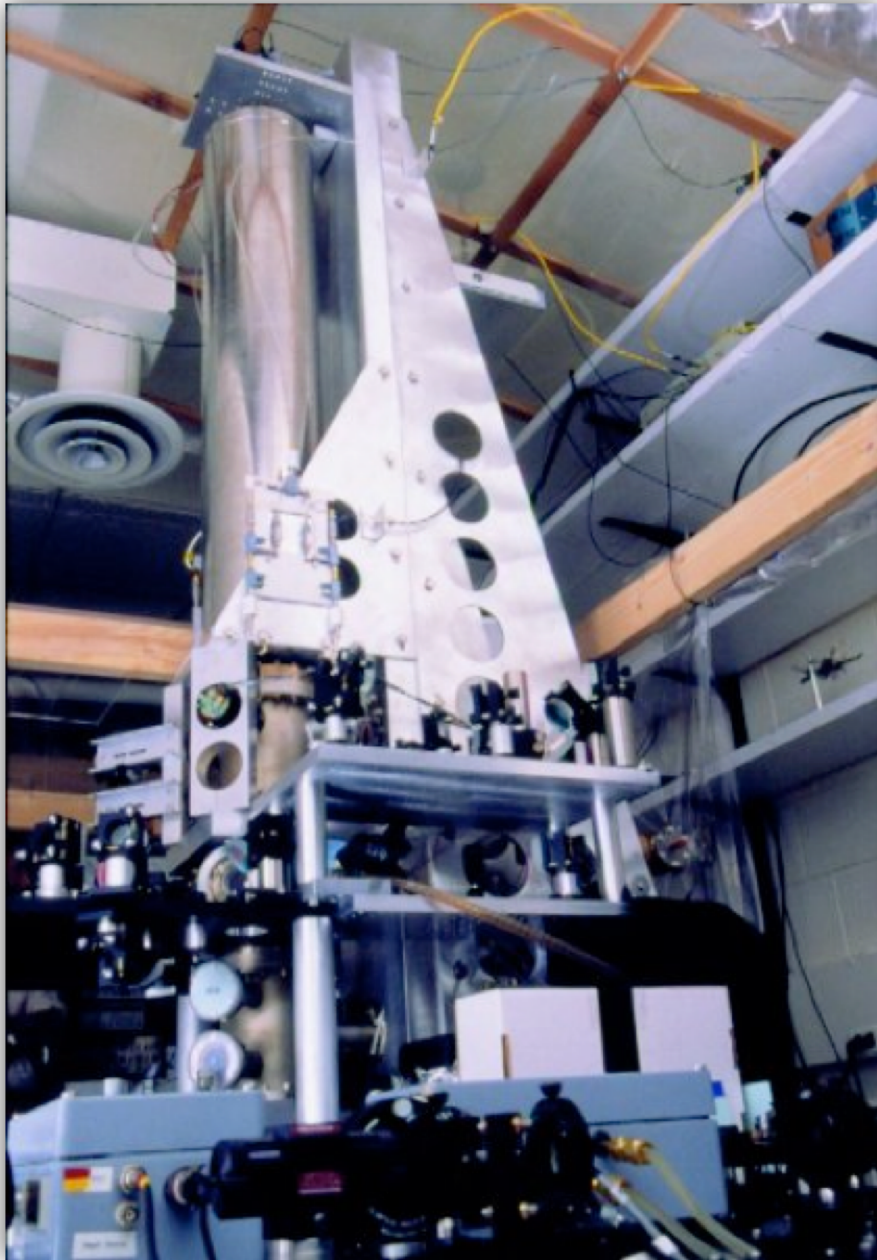
# Gravitationel tidsforlængelse

- Betragter proces med varighed
  - $T_0$  set fra Jorden
  - $T$  set fra et gravitationsfrit område (uendelig langt væk fra Jorden)

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \frac{2GM}{Rc^2}}}$$

- Vi ser umiddelbart, at  $T > T_0$  :
  - ✓ Størst varighed set fra det gravitationsfrie område.
  - ✓ Tiden går hurtigere i det gravitationsfrie område.
- For Jorden:
  - Radius:  $R = 6371$  km
  - Masse:  $M = 5.97 \times 10^{24}$  kg
  - Newtons Gravitationskonstant:  $G = 6.67 \times 10^{-11}$  N m<sup>2</sup> kg<sup>-2</sup>
- Ved jordoverfladen:  $T/T_0 = 1.0000000007$ 
  - Jordbaseret ur går langsomt med 22 msec pr år.

# NIST, Boulder, Colorado 1650 m højde



Ur vinder 156 nano-sekunder  
per døgn relativ til ur ved  
havoverfladen

# Gravitationel tidsforlængelse – en singularitet

- Vi betragter udtrykket

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \frac{2GM}{Rc^2}}}$$

- For  $\frac{2GM}{Rc^2} = 1$  dividerer vi med nul.

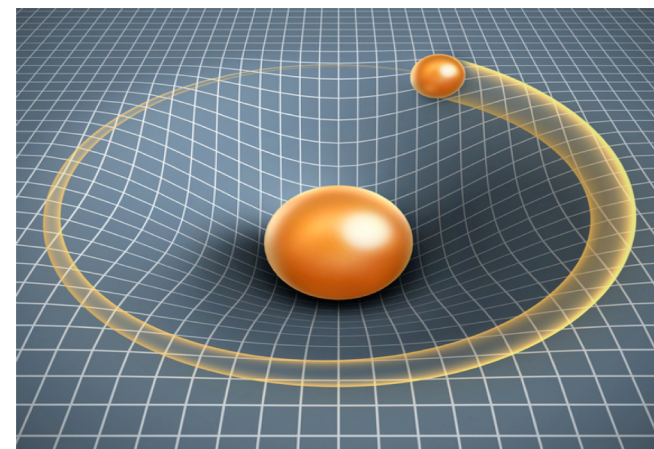
- For at T kan være endelig, må  $T_0$  være nul: Tiden i gravitationsfeltet står stille [set udefra](#)
- For Jorden sker dette for  $R_0 = 8.8 \text{ mm}$
- For Solen:  $R_0 = 3 \text{ km}$
- For det sorte hul i centrum af Mælkevejen:  $R_0 = 7.6 \times 10^6 \text{ km}$



# Einstein og gravitation

Einstein skaffede sig af med **tyngdekraften**:

- Massive legemer krummer rumtiden
- Den korteste vej mellem to punkter i rummet er den vej lyset tager
- Og hvis den korteste vej er krum...

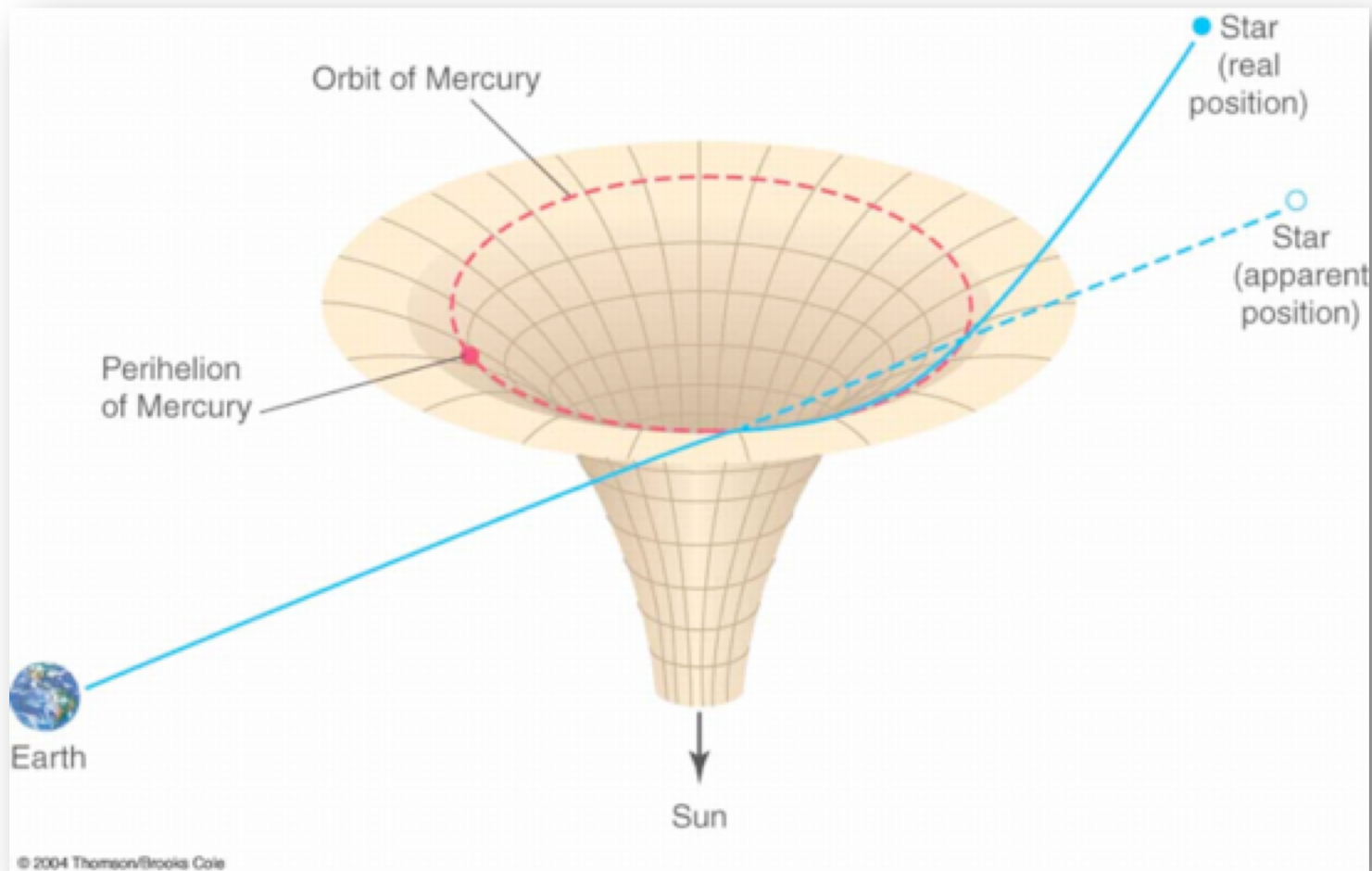


I den almene relativitetsteori er gravitation ikke en kraft, men en “topografi” af legemer, der tager den korteste vej i en krum rumtid

*“Matter tells spacetime how to bend and spacetime returns the compliment by telling matter how to move”*

John Wheeler

# Linseffekt: Rummet krummer omkring Solen



# GPS-systemet og relativitet

Et GPS-modul beregner sin position via modtagne signaler fra meget præcise ure i et sæt af 24 satelliter.

## Speciel relativitet

Lyshastigheden er den samme i enhver retning

## Speciel relativitet

Idet satellitterne bevæger sig i forhold til jordoverfladen (14.000 km/t), taber satellit-urene 7.1 mikro-sekunder pr. døgn

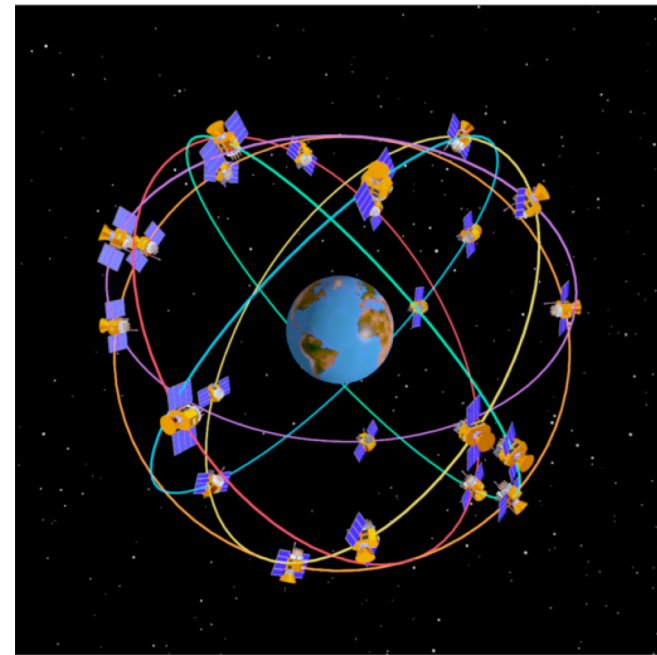
## Generel relativitet

Idet satellitterne flyver i 20.000 km højde, er tyngdekraften kun omkring 1/17 af den ved jordoverfladen. Satellit-urene vinder dermed 45.7 mikro-sekunder pr. døgn.

## Relativitet - totalt

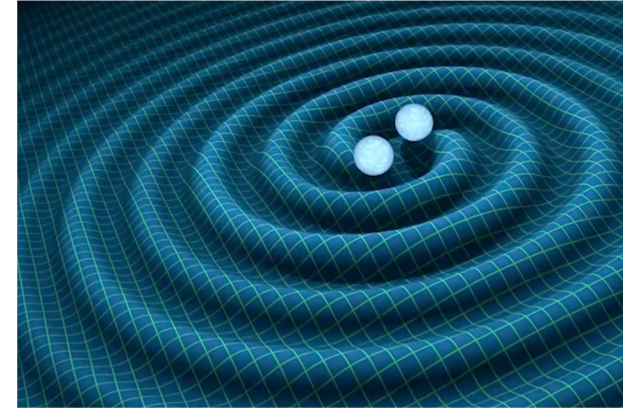
Sammenfattende vinder satellit-urene  $45.7 - 7.1 = 38.6$  mikro-sekunder pr. døgn.

Hvis man ikke korrigerede for dette, ville man få en stadigt voksende fejlvisning på omkring 10 km pr døgn.

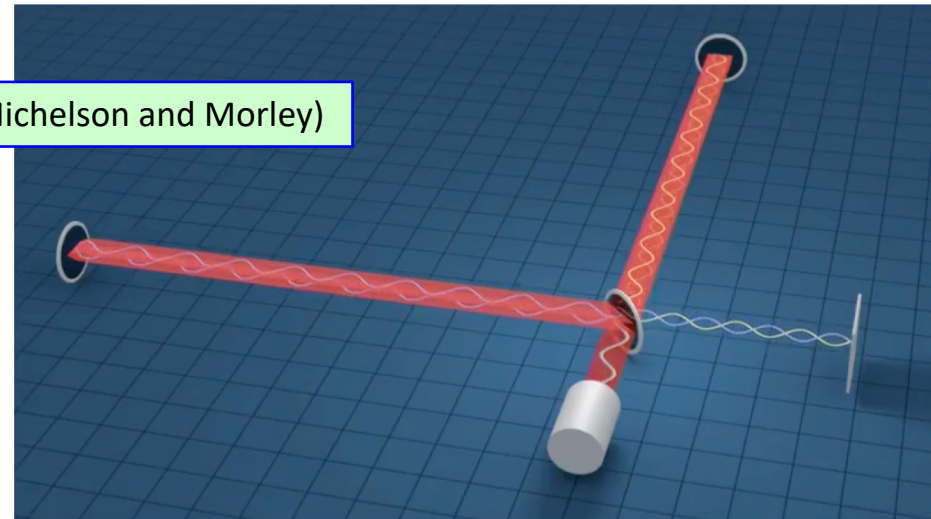


# Gravitationsbølger

- Forudsigelse: Hvis rumtiden kan **krumme**, kan den også **bølge**
  - Meget svagt fænomen; kun målelig effekt fra meget dramatiske hændelser i Universet. Fx. to sorte huller der “spiser hinanden”
- LIGO eksperimenter observerede for første gang et signal fra gravitationsbølger 14. september 2015



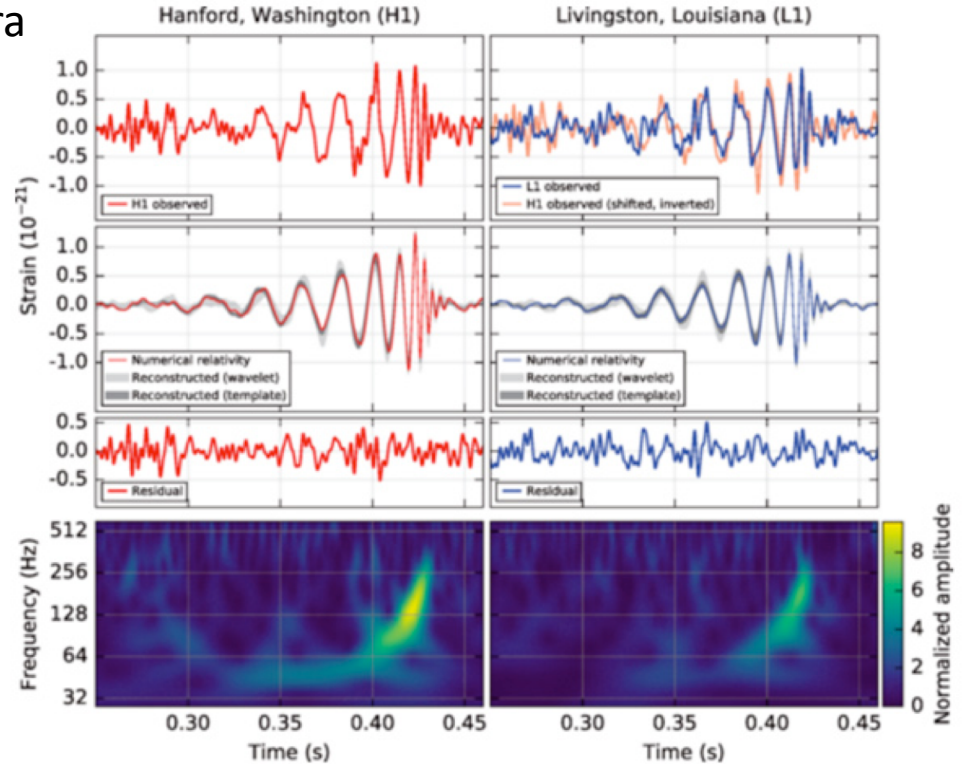
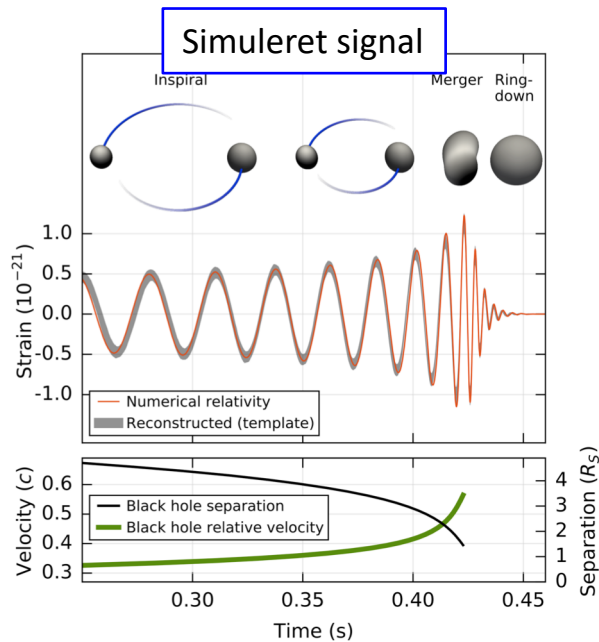
Interferometer (a la Michelson and Morley)



Extrem lille effekt observeret: Over 3 km en strækning af rummet på  $10^{-18}$  m

# Gravitationsbølger

To "identiske" interferometre 4000 km fra hinanden observere samme signal.



Hvad man har regnet sig frem til:

- Begivenheden skete mere end en milliard lysår væk
- To sorte huller spiste hinanden: 36 + 29 solmasser -> 62 solmasser
- Energi tilsvarende 3 solmasser udstråledes som gravitationsbølger på brøkdelen af et sekund
- I det korte tidsrum større udtrålt effekt end summen af samtlige stjerner i synligt univers

# Et par ord til afslutning

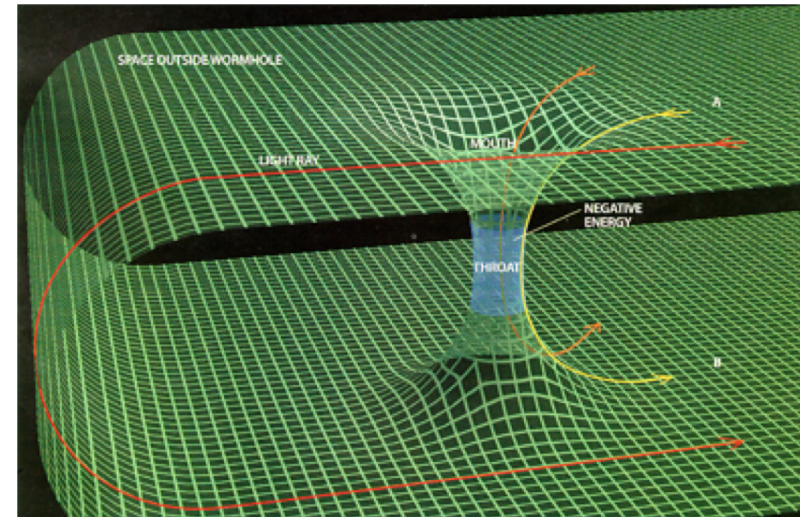
Relativitetsteorien er

- Aldrende: Den specielle: 1905; Den generelle: 1915
- Umiddelbart ikke-intuitiv og “mystisk”
- Men ikke desto mindre uomtvistelig korrekt
- Hverdag for de af os, der beskæftiger os med sub-atomare partikler
- Vigtig for hverdagsfænomener, så som GPS.
- Af yderste vigtighed for for beskrivelsen af kosmologien
  - Sorte huller, Big Bang, etc...
- **Imidlertid:** Endnu ikke-forenlig med kvantemekanikken
  - Efter mere end 80 år er det endnu ikke lykkedes at skabe en forenet teori, der både beskriver det helt store (relativitetsteorien) og det helt små (kvantemekanikken).
- Gravitationsbølger observeret for første gang i september 2015
  - Dramatisk bekræftelse af den generelle relativitetsteori

extra

# Rejse tilbage i tiden?

- Konstruér et ormehul
- Forhindr det i at lukke – kræver negativ energi
- Fæst én ende til Jorden, den anden til et rumskib
- Rejs langt væk med høj hastighed. Tager kort tid for dig, lang tid set fra Jorden.
- Rejs tilbage stadig med ormehullet forbundet med rumskibet.
- På Jorden har nu ormehullet to tragte, som er forbundet til forskellige tider. Hop igennem og rejs frem eller tilbage, som du lyster.
- Ingen vil kunne rejse tilbage til en tid før den første tidsmaskine bliver konstrueret.
- Alvorlige problemer med kausalitet: Ville synes at kunne forhindre fx. sin egen fødsel.



Science fiction:  
Næppe nogensinde  
mulig i praksis